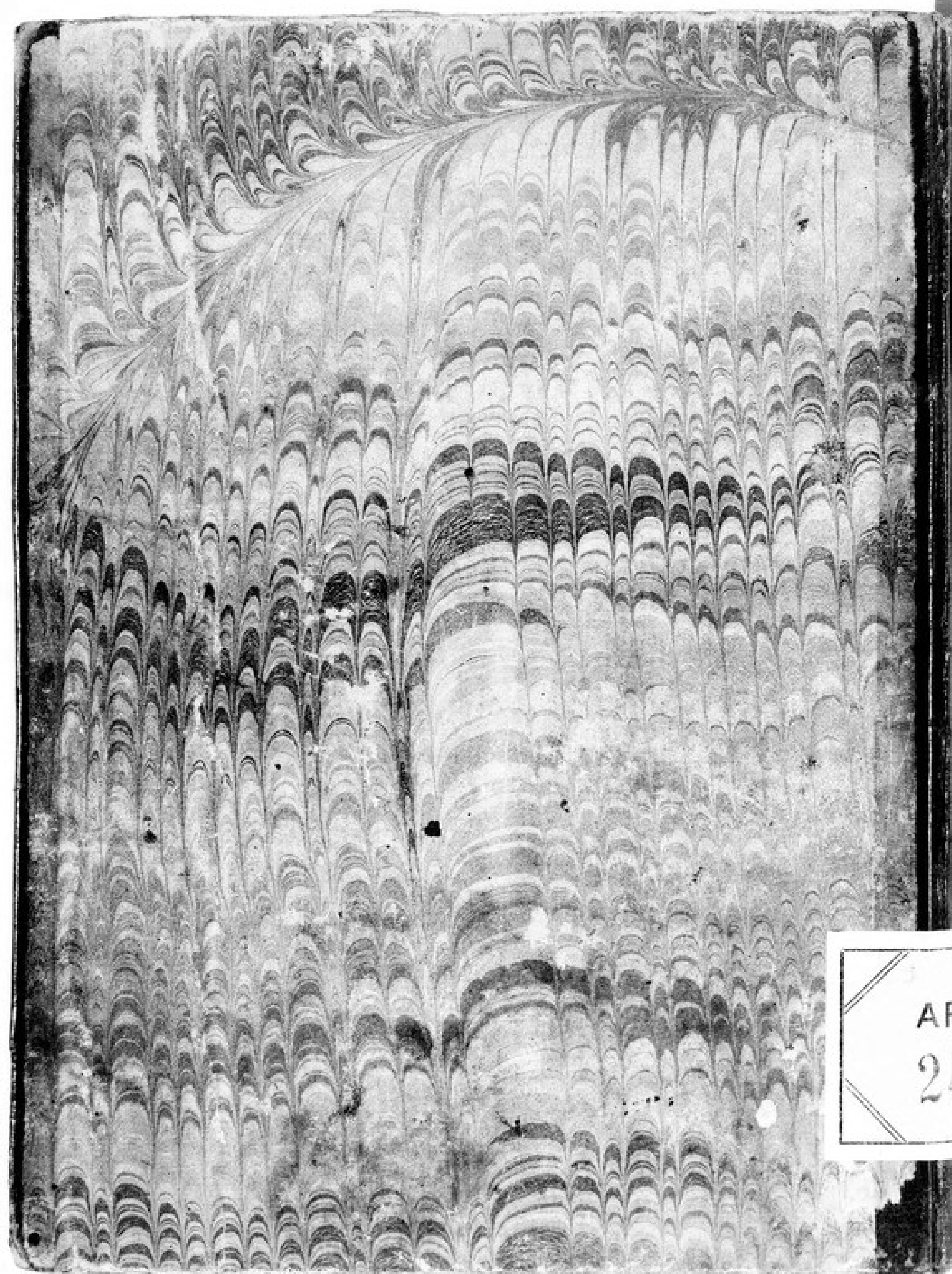
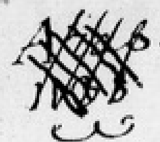
« Mémoire d''Al-Khaïyâmî sur l''algèbre ».


AR
24



Arab. 1136.





Volume de 25 Feuillets
4 Octobre 1875.

باشد کو ... دلی ... کشته

رسالة الحكيم الفاضل غياث الدين عمر الخيامي النيسابوري قدس الله روحه العزيز في البراهين على مسائل الجبر والمقابلة

من كتب الفقير الى الله ...

فهرست ما في هذه المجموعة الشريفة

... کی زبان ... بر ... نظر ... بیت ...

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والصلوة على انبيائه اجمعين ان احد المعاني التعليمية
المحتاج اليها في جزء الحكمة المعروف بالرياضي هو صناعة الجبر والمقابلة
الموضوعة لاستخراج المجهولات العددية والمساحية وان فيها اصنافا يحتاج
فيها الى اصناف من المقدمات معتاصة جدا متعذر حلها على اكثر الناظرين
فيها اما المتقدمون فلم يصل الينا منهم كلام فيها لعلهم لم يتفطنوا لها بعد الطلب
والنظر او لم يضطر البحث اياهم الى النظر فيها او لم ينقل الى لساننا كلامهم فيها
واما المتاخرون فقد عن للماهاني منهم تحليل المقدمة التي استعملها ارشميدس
مسلمة في الشكل كم من المقالة الثانية من كتابه في الكرة والاسطوانة بالجبر
فتادى الى كعاب واموال واعداد متعادلة فلم يتفق له حلها بعد ان فكر فيها
مليا فجزم القضاء بانه ممتنع حتى نبغ ابو جعفر الخازن وحلها بالقطوع المخروطية
ثم افتقر بعده جماعة من المهندسين الى عدة اصناف منها فبعضهم حل البعض
وليس لواحد منهم في تعديد اصنافها وتحصيل انواع كل صنف منها والبرهان
عليها كلام يعتد به الا على صنفين ساذكرهما واني لم ازل كنت شديد الحرص على
تحقيق جميع اصنافها وتمييز الممكن من الممتنع في انواع كل صنف ببراهين لمعرفتي
بان الحاجة اليها في مشكلات المسائل ماسة جدا ولم اتمكن من التجرد لتحصيل
هذا الخطب والمواظبة على الفكر فيه لاعتراض ما كان يعوقني عنه من صروف
الزمان فانا قد منينا بانقراض اهل العلم الا عصابة قليلي العدد كثيري المحن
همهم افتراص غفلات الزمان ليتفرغوا اثناءها الى تحقيق واتقان علم واكثر

المت

المتشبهين بالحكماء في زماننا يلبسون الحق بالباطل ولا يتجاوزون حد التدليس
والمراءاة بالمعرفة ولا ينفقون القدر الذي يعرفونه من العلوم الا في اغراض بدنية
خسيسة وان شاهدوا انسانا معينا بطلب الحق وايثار الصدق مجتهدا في
رفض الباطل والزور وترك المراءاة والخداع استخفوه وسخروا منه والله المستعان
على كل حال واليه المفزع ولما من الله تعالى علي بالانقطاع الى جناب
فلان بعد الياس من مشاهدة كامل مثله في كل فضيلة عملية ونظرية وجمع بين
الابعاد في العلوم والثبت في الاعمال وطلب الخير لكل واحد من ذوي جنسه فانشرح
بمشاهدته صدري وارتفع بمصاحبته ذكري وعظم بالاقتباس من انواره امري
واشتد بالائه ونعمائه ازري فلم اجد بدا من ان احوم حول تلافي ما فوتنيه ريب الزمان
من تلخيص ما احققه من لباب المعاني الحكمية تقربا الى مجلسه الرفيع وابتدات
بتعديد هذه الاصناف من المقدمات الجبرية اذ الرياضيات اولى بالتقديم
واعتصمت بحبل التوفيق من الله تعالى راجيا منه ان يوفقني لاستيعاب هذا التحقيق
بل الى ما ينتهي اليه بحثي وبحث من تقدمني من العلوم التي هي اهم من غيرها متمسكا
بالعروة الوثقى من عصمته انه ولي الاجابة وعليه التكلان ان صناعة
الجبر والمقابلة صناعة علمية موضوعها العدد المطلق والمقادير الممسوحة
من حيث هي مجهولة ومضافة الى شيء معلوم به يمكن استخراجها وذلك الشيء
اما كمية او نسبة على وجه لا يشاركها فيه غيرها او بذلك عليه بتاملها ومطالبها
العوارض التي تلحق موضوعها بما هو موضوع لها بالصفة المذكورة وتمامها الوقوف
على الطرق التعليمية التي يتوصل بها الى هذا النوع المذكور من استخراج المجهولات

العدديه او المساحيه والمقادير هي الكميه المتصله وهي اربعة الخط والسطح
والجسم والزمان على ما هو مذكور مجملا في قاطيغورياس ومفصلا في الحكمه الاولى
وقوم يعدون المكان نوعا قسيما للسطح تحت جنس المتصل والتحقيق يبطل عليهم هذا
الراي وصح ان المكان هو سطح بحال وموضع تحقيقه غير ما نحن فيه ولم تجر
العاده بذكر الزمان في موضوعات مسائل الجبر ولو ذكر لجاز وعادة الجبريين
ان يسموا في صناعتهم المجهول الذي يراد استخراجه شيا ومضروبه في مثله مالا
ومضروب ماله فيه كعبا ومضروب ماله في مثله مال مال ومضروب كعبه
في ماله مال كعب ومضروب كعبه في مثله كعب كعب وعلى هذا القياس بالغا
ما بلغ ومعلوم من كتاب اوقليدس في الاصول ان هذه المراتب كلها متناسبه
اعني نسبه الواحد الى الجذر كنسبه الجذر الى المال وكنسبه المال الى الكعب
فيكون نسبه العدد الى الجذور كنسبه الجذور الى الاموال وكنسبه الاموال الى
الكعاب وكنسبه الكعاب الى اموال الاموال بالغا ما بلغ ويجب ان يحقق
ان هذه الرساله لا تفهم الا لمن يكون متقنا لكتاب اوقليدس في الاصول
وكتابه في المعطيات ومقالتين من كتاب ابلونيوس في المخروطات وان
من يشذ عنه معرفه واحد من هذه الثلاثة فلا سبيل له الى تحققها ولقد
تكلفت الا احيل في هذه الرساله الا على هذه الكتب الثلثه واستخراجات
الجبر انما تتم بالمعادله اعني بمعادله هذه المراتب بعضها ببعض على ما هو مشهور
واذا استعمل الجبري مال المال في المساحات فان ذلك على سبيل المجاز لا على
سبيل التحقيق اذ محال ان يكون في المقادير مال المال والذي يقع في المقادير هو

البعد

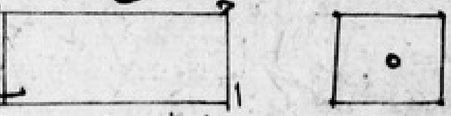
البعد الواحد وهو الجذر او الضلع اذا اضيف الى مربعه ثم البعدان وهو السطح
والمال في المقادير هو السطح المربع ثم الثلثه الابعاد وهو الجسم والمكعب في
المقادير هو المجسم الذي يحيط به ستة مربعات واذ لا بعد اخر فلا يقع فيها
مال المال فضلا عما فوقه واذا قيل مال المال في المقادير فانما يقال ذلك لعدد
اجزائها عند المساحة لا لذواتها ممسوحة وبينهما فرق فمال المال لا يقع في
المقادير لا بالذات ولا بالعرض وليس كالزوج والفرد فانهما يقعان فيها بالعرض
بحسب العدد الذي يفصلها الى امثالها والذي في كتب الجبريين من هذه
المعادلات الاربع الهندسيه اعني الاعداد المطلقه والاضلاع والمربعات
والمكعبات هو ثلث معادلات بين العدد والاضلاع والاموال واما نحن
فسنأتي بالطرق التي بها يمكن ان يستخرج المجهول في المعادله بين اربع مراتب التي
قلنا انها لا يمكن ان يقع اكثر منها في المقادير اعني العدد والشي والمال والكعب
وما يمكن ان يبرهن عليه بخواص الدائره اعني بكتابي اوقليدس في الاصول وفي المعطيات
برهن عليه وسالع في التسهيل وما لا يمكن الا بخواص القطوع المخروطيه برهن
عليه بمقالتين من المخروطات واما البرهان على هذه الاصناف اذا
كان موضوع المسلة عددا مطلقا فلا امكننا ولا لواحد من اصحاب الصناعة
ولعل غيرنا ممن ياتي بعدنا يعرفه الا في الثلثه المراتب الاولى وهي العدد والشي
والمال وربما اشير الى براهين عدديه على ما يمكن البرهان عليه من كتاب اقليدس
واعلم ان البرهان على هذه الطرق الهندسيه لا يغني عن البرهان عليها بالعدد
اذا كان الموضوع عددا لا مقدارا ممسوحا الا ترى ان اقليدس قد برهن على مطلوبات

نسبته مقداريه في خامسة كتابه ثم استانف البرهان على تلك المطلوبات النسبيه
بعينها اذا كان موضوعها عددا في ى كتابه والمعادلات من هذه الاربعة اما
مفردات واما مقترنات والمفردات سته اصناف الاول عدد يعدل
جذرا ب عدد يعدل مالا ج عدد يعدل كعبا د جذور تعدل مالا ه اموال تعدل
كعبا و جذور تعدل كعبا وثلثه من هذه الاصناف السته مذكوره في كتب
الجبريين قالوا نسبه الشي الى المال كنسبه المال الى الكعب فيلزم ان يكون معادله
المال للكعب كمعادله الشي للمال وكذلك نسبه العدد الى المال كنسبه الجذر الى
الكعب ولم يبرهنوا عليه من الهندسه واما العدد الذي يكون عديلا للمكعب
فلا سبيل لنا الى استخراج ضلعه الا بالاستقراء من حيث العدد واما من حيث
الهندسه فلا يتحل الا بالقطوع المخروطه واما المقترنات فمنها ثلاثيه ومنها
رباعيه اما الثلاثيه فاثنا عشر صنفا الاول منها مال وجذر يعدل عددا ب
مال وعدد يعدل جذرا ج جذور وعدد تعدل مالا وهذه الثلثه مذكورة في كتب
الجبريين ومبرهن عليها من جهة الهندسة واما من جهة العدد فلا والثلاثه
الثانيه منها آ كعب ومال يعدل جذرا ب كعب وجذر يعدل مالا ج كعب
يعدل جذرا ومالا فالجبريون قالوا ان هذه الثلثه مناسبه للثلاثه الاولى
كل واحد لنظيره اعني ان يكون كعب وجذر يعدل مالا في قوة مال وعدد يعدل جذرا
والباقيان كذلك ولم يبرهنوا عليها اذا كان موضوع المسائل ممسوحات
واما اذا كان موضوع المسائل عددا فذلك ظاهر من كتاب الاصول وسابرهن
على الهندسي منها والسته الباقيه من الاصناف الاثني عشر آ كعب وجذر يعدل

عددا

عددا ب كعب وعدد يعدل جذرا ج عدد وجذر يعدل كعبا د كعب ومال
يعدل عددا ه كعب وعدد يعدل مالا و عدد ومال يعدل كعبا وهذه السته
الاصناف لم يوجد في كتبهم منها شي الا الكلام في واحد منها مبترا وسابينها
وابرهن عليها من جهة الهندسة لا من جهة العدد والبرهان على هذه السته
لا يمكن الا بخواص القطوع المخروطيه واما المقترنات الرباعيه فقسمان احدهما
هو الاول ما يكون فيه ثلاث مراتب معادله لواحد وهو اربعة اصناف
آ كعب ومال وجذر يعدل عددا ب كعب ومال وعدد يعدل جذرا ج كعب وجذر
وعدد يعدل مالا د كعب يعدل جذرا ومالا وعددا والقسم الثاني هو ما يكون فيه
مرتبتان معادلتين لاثنين وهو ثلاثة اصناف آ كعب ومال يعدل جذرا وعددا
ب كعب وجذر يعدل مالا وعددا ج كعب وعدد يعدل جذرا ومالا فهذه هي
الاصناف ٧ الرباعيه ولا سبيل لنا الى تحليل شي منها الا بالهندسه اما من
تقدمنا فقد اضطر واحد منهم الى نوع من انواع صنف واحد ساذكره والبرهان
لا يتم الا بخواص القطوع المخروطيه وسناتي بواحد واحد من هذه الاصناف
الخمسه والعشرين ونبرهن عليه مستعينين بالله انه من توكل عليه مخلصا
هداه وكفاه فالصنف الاول من المفردات جذر يعدل عددا فيكون الجذر
معلوما باضطرار وحكمها في العدد والمساحات واحد والصنف الثاني
عدد يعدل مالا فيكون المال العددي معلوما لمعادلته العدد المعلوم ولا سبيل
الى معرفه جذره بالعدد الا بالاستقراء فان من يعلم ان جذر خمسة وعشرين
هو خمسة فانما نعلمه بالاستقرا لا بالقانون الصناعي فلا يلتفت فيه الى قول

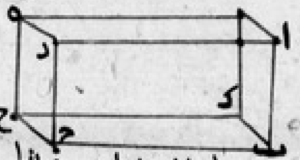
المتخلفين من اهل هذه الصناعة وللهند طرق في استخراج اضلاع المربعات
والمكعبات مبنية على استقرا قليل وهو معرفة مربعات الصور التسعة اعنى
مربع الواحد والاثنين والثلثه وكذلك مضروب بعضها في بعض اعني مضروب
الاثنين في الثلثه ولما كان في البرهان على صحة تلك الطرق وتاديتها الى
المطلوب وقد عرفنا انواعها اعنى من استخراج اضلاع مال المال ومال الكعب
وكعب الكعب بالغا ما بلغ ولم نسبق اليه وتلك البراهين انما هي براهين عدديه
مبنية على عدديات كتاب الاسطقسات والبرهان على الصنف الثاني
بالهندسه هو هكذا نضع خط آب مفروضا مساويا للعدد المفروض و آح واحدا
ويكون عمودا على اب ونتمم سطح اد فمعلوم ان مساحه سطح اد تكون ذلك العدد
المفروض فنعمل سطحا مربعا مساويا لسطح اد وهو مربع ه كما بينه اقليدس في
شكل يد من مقالة ب من كتابه فمربع ه تكون مثل العدد المفروض ويكون معلوما
وضلعه ايضا يكون معلوما بامل البرهان الذي اتى به عليه اقليدس وذلك المراد
وكلما قلنا عدد يساوي سطحا في هذه الرساله فانما نعني بالعدد هناك سطحا



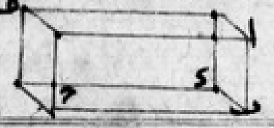
قائم الزوايا واحد ضلعيه واحد
والثاني خط مساو للعدد المفروض
بالمساحة وكل واحد من اجزا مساحته مساو للضلع الثاني اعني به الذي
فرضناه واحدا والصنف الثالث عدد يعدل مكعبا فاذا كان الموضوع عددا
فيكون المكعب معلوما ولا سبيل الى استخراج ضلعه الا بالاستقرا وكذلك في جميع
المراتب العدديه من مال المال ومال الكعب وكعب الكعب كما ذكرناه انفا واما

بالهندسة

بالهندسة فانا نضع مربع اد مربع الواحد اعني ان يكون اب مثل بد وكل واحد منهما
يفرض واحدا ثم نقيم على سطح اد على نقطة ب منه عمود بح ونجعله مساويا للعدد
المفروض كما بينه اقليدس في القول يا من كتابه ونتمم مجسم اد كه زح فمعلوم
ان مساحة هذا المجسم يكون مساوية بالعدد المفروض ونعمل مكعبا مساويا
لهذا المجسم وعمله لا يتم الا بخواص القطوع المخروطيه فاخرناه الى ان ناتي لمقدماتها
وكلما قلنا عدد يساوي مجسما فانما نعني بالعدد هناك مجسما متوازي الاضلاع



قائم الزوايا يكون قاعدته مربع الواحد
وارتفاعه مساو للعدد المفروض
والصنف الرابع مال يعدل خمسه اجذار
فيكون عدد الاجذار هو جذر المال وبرهانه بالعدد هو ان الجذر اذا ضرب في مثله
حصل المال وهذا الجذر اذا ضرب في خمسة حصل المال فهو خمسة وبرهانه
بالهندسه شبيه هذا اذا وضعت سطحا مربعا عدد الخمسة اضلاعه
والصنف الخامس اشيا تعدل كعبا فبالعدد هو انه يكون مثل عدد تعدل
ما لا مثاله اربعة اجذار تعدل كعبا يكون كانه قال اربعة اعداد تعدل مالا للمكان
المناسبه المذكوره واما بالهندسه نضع مكعب آح كه ومساحته عديله
لمساحة اربعة اضلاعه وضلعه ا فيكون ضلعه الذي هو اب اذا ضرب
في اربعة حصل مكعب اد كه الا ان ضلعه اذا ضرب في مربعه اعني مربع
اح حصل المكعب فيكون مربع اح اربعه



والصنف السادس اموال تعدل كعبا يكون

في قوة عدد يعدل اجذارا برهانه بالعدد ان نسبة العدد الى الجذر كنسبة المال الى
الكعب كما بين في ٨ الاصول واما بالهندسة فانا نضع مكعب ا ب ج د ه عديل
عدد اموال ه مثلا عديل مال ب ج ومربع ضلعه ا ج فسطح ا ج اذا ضرب في ا ب س
حصل مكعب ا ج د ه الا انه اذا ضرب في ب د الذي هو ضلعه حصل مكعب
ا ج د ه فيكون ب د الذي هو ضلعه مثل اثنين وذلك المراد وكلما قلنا في هذه
الرسالة اموال المكعب فانا نعني بها مربعات اضلاعه فاذ قد اتينا على المفردات
فلننتقل على الثلاثة الاولى من الاصناف الاثنى
عشر المثلثة فالصنف الاول منها مال وعشرة
اجذار يعدل تسعة وثلثين فاضرب نصف الاجذار
في مثله وزد الحاصل على العدد وانقص من جذر المبلغ نصف الاجذار فالباقي
هو جذر المال الا ان العدد يحتاج الى هذين الشرطين احدهما ان يكون عدد الاجذار
عددا زوجا ليكون له نصف والثاني ان يكون مربع نصف الاجذار والعدد
مجموعين عددا مربعا والا فالمسألة مستحيلة من حيث العدد واما بالهندسة
فلا يستحيل شيء من مسائلها اصلا والبرهان عليه من جهة العدد سهل عند
تصور برهانه الهندسي وبرهانه الهندسي هكذا نضع مربع ا ج مع عشرة اجذاره
عديل تسعة وثلثين من العدد وعشرة اجذاره هو سطح ج ه فيكون خط ج ه
عشرة وننصفه على ز ونخرج خط د ه ونسمي نصفه على ج ز وزد فيه على
استقامة ا ج فيكون ضرب ه ا ج ا ج الذي هو مثل سطح ب ه مع مربع ج ز
مساويا لمربع ز ا ومربع ز ا الذي هو نصف الاجذار معلوم وسطح ب ه الذي

الثلاثية

هو العدد

6

الاصول

هو العدد المفروض معلوم فيكون مربع ز ا معلوما وخط ز ا معلوما واذا نقص منه
ز ج بقي ا ج معلوما ولذلك برهان اخر نضع
ا ج مربعا ونخرج ب ا الى ه ونجعل ه ا ربع
الاجذار وهو اثنان ونصف ونخرج د ا الى ز ونجعل ز ا مثل ربع الاجذار وكذلك
نخرج من جميع زوايا المربع خطوطا على هذه الصفة ونتمم سطح ح ط فيكون مربعا
لان ز ه مربع واحد مربع وح ط مربع على ما بين في ٤ من ٢ والمربعات الاربعة التي في
زوايا المربع الكبير كل واحد منها مربع ٢ والنصف فيكون جميعها خمسة وعشرين
الذي هو مربع نصف الاجذار وسطح ز ب … اثنان ونصف من اجذار مربع
ا ج لان ز ا اثنان ونصف فيكون السطوح الاربعة عشر اجذار مربع ا ج وقد
فرض مربع ا ج مع عشرة اجذاره ٣٩ من العدد فيكون مربع ح ط كم ٦٤ ونجد
جذره وننقص منه ٥ بقي ا ب واما ان فرض
خط ا ب ١٠ واريد مربع يكون مع ضرب ضلعه
في ا ب مساويا للعدد المفروض فنضع العدد
المفروض سطح ه وهو متوازي الاضلاع قائم
الزوايا على ما قدمناه ونضيف الى خط ا ب سطحا متوازي الاضلاع مساويا
لسطح ه ويزيد على تمامه سطحا مربعا كما بينه اقليدس في ٢٩ من ٦ الاصول وليكن
سطح ب د والمربع الزائد ا د وضلعه ا ج يكون معلوما على ما بين في المعطيات
والصنف الثاني منها مال وعدد يعدل
جذرا هذا يجب ان يكون العدد فيه ليس باعظم

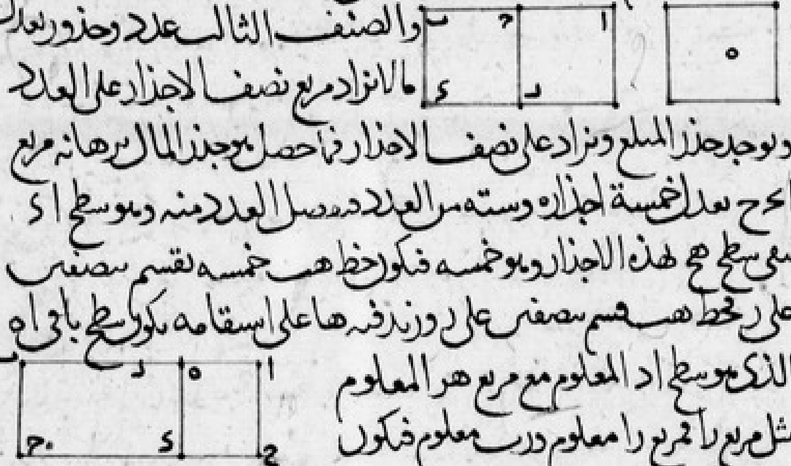
من مربع نصف الاجذار والا فالمسئلة مستحيلة فان كان مثل مربع نصف الاجذار
نصف الاجذار هو جذر المال وان كان اقل منه نقص العدد من مربع نصف الاجذار
وما بقي يوجد جذره ويزاد على نصف الاجذار وينقص منه فما بلغ من الزيادة وما بقي من
النقصان كان جذر المال وبرهانه بالعدد يتصور عند تصور برهانه الهندسي نضع
مربع آ حـ ى ونضع هد للعدد على سمت ا ى فيكون سطح هج مثلا يعدل ١٠
اضلاع مربع اح ويكون هب ١٠ وفي الاول يكون اب نصف هب وفي الثاني
اعظم من نصفه وفي ج اصغر من نصفه ففي الاول يكون اب ٥ وفي ب نقسم هب
على ز و وكذلك في ج خط هب قسم بنصفين على ر وبقسمين غير متساويين
على ا فيكون سطح ه ا في اب مع مربع را مساويا لمربع رب كما بين في ب الاسطقسات
وسطح ه آ في اب هو العدد وهو معلوم واذا نقص من مربع رب الذي هو نصف
الاجذار بقي مربع را معلوما وينقص في ج من رب وفي ب يزاد عليه يبلغ
او يبقى اب وذلك المراد وان شئت امكنك البرهان عليه من وجوه اخرى ولكنا
اقتصرنا على هذا لمخافة التطويل



واما ان فرض خط اب ه مثلا واريد
ان يفصل منه خط يكون ضرب اب
في ذلك الخط مساويا لمربع ذلك الخط مع
سطح اخر غير اعظم من مربع نصف اب
اعني العدد المفروض وهو سطح ه
ويريد ان يفصل من اب خطا يكون

مربعه

مربعه مع سطح ه مساويا لضرب اب في ذلك الخط فنصف اب على ط فان كان المعلوم
سطحا مساويا لسطح ه المعلوم ينقص عن تمامه سطحا مربعا وهو ممكن لان سطح ه ليس
باعظم من مربع نصف اب ولتكن سطح ا ر والمربع الناقص سطح حـ ى كما بينه
اوقليدس في ٦ الاسطقسات فيكون ضلع حـ ب معلوما كما بين في المعطيات
وذلك ما اردنا ان نبين فقد لاح ان لهذا الصنف انواعا ويقع فيها ما يستحيل
ويمكنك ان تعلم شرائط صحته في العدد على ما بيناه في الصنف الاول



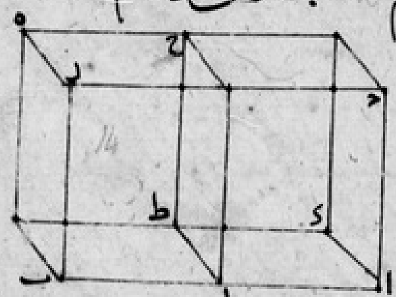
والصنف الثالث عدد وجذور تعدل
مالا انزاد مربع نصف الاجذار على العدد
ويوجد جذر المبلغ ويزاد على نصف الاجذار فما حصل هو جذر المال برهانه مربع
ا حـ يعدل خمسة اجذار وستة من العدد فيفصل العدد منه وهو سطح ا ى
يبقى سطح هج هذه الاجذار وهو خمسة فيكون خط هب خمسة نقسم بنصفين
على ر خط هب قسم بنصفين على ر وزيد فيه ها على استقامة يكون سطح با في اه
الذي هو سطح اد المعلوم مع مربع هر المعلوم
مثل مربع را فمربع را معلوم ور ب معلوم فيكون
اب معلوما وله وجوه اخرى من البراهين فلا نذكرها واما ان فرض مربع الذي هو
عدد الاجذار وطلب المربع وضلعه كي يكون مساويا لعدد اضلاعه مع العدد المفروض
فليكن العدد المفروض سطح ط والمربع المساوي له اح ونعمل مربعا مساويا للمربع ح
مع مربع هك الذي هو نصف عدد الاضلاع وليكن مربع رد ونجعل كح مساويا
لضلع ر د ونتمم مربع احـ ى فيكون مربع احـ ى هو المطلوب وبين ان في هذا

الصنف الثالث ليس شي يستحيل
في الاول واما في الثاني ففيه ما يستحيل
وله اختلاف وقوعات وليس
لهذين واما البرهان على ان الثلثة
من هذه الاصناف مناسبة
للثلثة الاول فالصنف الاول منه مكعب واموال يعدل عددا نضع مكعب
اح ده وخط اب على استقامة الى ز ونجعل از مثل عدد الاموال ونتمم
مجسم ازح طه د على استقامة مكعب اه على ما جرت به العادة فمجسم اط
مثل عدة الاموال فيكون مجسم بط الذي هو المكعب وعدة الاموال المفروضة
كعدد الاعداد المفروضة ونعمل سطح ك كعدد الاعداد المفروضة والجذر هو ضلع
المكعب وهو اد وسطح ك اذا ضرب في اد يكون مثل عدد الاضلاع المفروضة
طح حب اذا ضرب في اد يكون منه المكعب مع عدة امواله المفروضة
وهما متساويان اعني مجسم بط والمجسم المعمول على ك الذي ارتفاعه اد فقاعدتاهما
يكونان مكافيتين لارتفاعيهما وارتفاعاهما متساويان فقاعدتاهما يكونان
اذن متساويين وقاعدة حب هو مربع حب مع حا الذي هو عدد اجذار
التي فرضت للاموال فيكون ك الذي هو العدد المفروض للاجذار مثل مال وعدد
الاجذار المفروضة للاموال وذلك ما اردنا مساله مكعب وثلثة اموال
تعدل عشرة اجذار يكون مالا وثلثة اجذار تعدل عشرة اعداد ٥
والصنف الثاني منها مكعب مع جذرين يعدل ثلثة اموال يكون مالا

مع اثنين

مع اثنين يعدل ثلثة اجذار
برهانه نضع مكعب
اب حز ده وهو مع
جذريه يعدل ثلثة اموال
ونضع ح مربعا مثل حب ونضع ك ثلثة فيكون ضرب ح في ك ثلثة اموال
مكعب اه ونعمل على اد سطحا مساويا للاثنين ونتمم مجسم اح طد فيكون
مثل عدد الجذور ولكن خط زب اذا ضرب في مربع اد حصل مجسم بط ومجسم
اط مثل عدة الاضلاع فمجسم بط مثل المكعب مع مثل عدد اضلاعه فيكون
مجسم بط مساويا لعدة الاموال فيكون خط زب على ما بين في الشكل المتقدم
ثلثة وسطح د هو مال فاذا ان تمال فاننا نعدل ثلثة اجذار لان سطح د هو ضرب
اب في ثلثة وذلك ما اردنا ان نبين
والصنف الثالث منها هو مكعب له
يعدل مالا وثلثة اجذار فيكون مالا
يعدل جذرا وثلثة اعداد نضع
مكعب اح ده الذي يعدل ماله وثلثة اضلاعه ونفصل من خط اب الذي
هو ضلعه خط از مثل عدة الاموال وهو واحد ونتمم مجسم از طح د فيكون
مجسم ازح طح مثل عدة الاموال المفروضة ويبقى مجسم زه مساويا لعدد الاضلاع
المفروضة ونسبة المجسمين احدهما الى الآخر كنسبة قاعدة زح الى قاعدة زل
كما بين في كتاب الاصول اذ الارتفاعان متساويان ولكن سطح لح هو جذر واحد

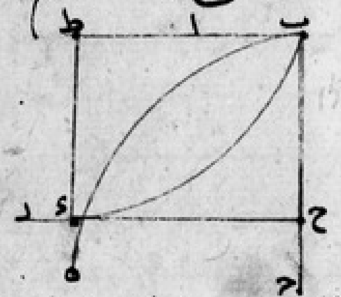
لمربع حب وسطح ال بعدة الاجذار وهو ثلثه فمربع حب مثل جذر واحد وثلثه
اعداد وذلك ما اردنا ان نبين وهذه البراهين مالم تفهم على هذا النمط لا تكون
الصناعة حكمية وان كان فيها تجشم مصاعب ومن بعد تقديم هذه الاصناف



التي امكن البرهان عليها من خواص
الدايرة اعني من كتاب اوقليدس
فلنقل على الاصناف التي لا يمكن
البرهان عليها الا بخواص القطوع
وهي كم اصنفا وهو عدد بعدك
كعبا وهي ثلاثة باقية وثلاثة رباعية ولنقدم مقدمات مبنية على
كتاب المخروطات ليكون سببه تمهيد للمتعلم ولا يكون رسالتنا مفتقرة
الى اكثر من الثلثة الكتب المذكورة اعني كتابي اوقليدس في الاصول وفي
المعطيات ومقالتين من كتاب المخروطات فنريد ان نجد خطين بين خطين
لتوالي الاربعة متناسبة فليكن الخطان المستقيمان اب بج ونجعلهما محيطين
بزاوية ب القائمة ونعمل قطعا مكافيا راسه نقطة ب وسهمه بج وضلعه
القائم بج وهو قطع بده فيكون قطع بده معلوم الوضع لان راسه وسهمه
معلوما الوضع وضلعه القائم معلوم القدر ويكون مماسا لخط بك لان زاوية
ب قائمة وهي مساوية لزاوية الترتيب كما بين في شكل لب من مقالة آ من
المخروطات وكذلك نعمل قطعا اخر مكافيا راسه نقطة ب وسهمه اب وضلعه
القائم اب وهو قطع بلد كما بينه ابلونيوس في شكل نو من مقالة آ فيكون

قطع

قطع بلد مماسا لخط بج فهما متقاطعان بالضرورة فليتقاطعا على نقطة ك فنقطة
ك معلومة الوضع لان القطعين معلوما الوضع ونخرج منها عمودي كح كط
على اب بج فيكونان معلومي القدر كما بين في المعطيات فاقول ان خطوط
اب كح كط بج الاربعة متناسبة برهانه ان مربع حك مساو لضرب بح
في بج لان خط كح من خطوط الترتيب في قطع بده فتكون نسبة بج الى حك
المساوي لخط بط كنسبة بط الى حب وخط كط من خطوط الترتيب في
قطع بلد فيكون مربع كط الذي هو مثل بح مساو لضرب اب في بط فنسبة بط
الى بح كنسبة بح الى اب فالخطوط الاربعة متناسبة متوالية وخط كح معلوم
القدر لانه خرج من نقطة معلومة الوضع الى خط معلوم الوضع على زاوية معلومة
القدر وكذلك كط معلوم القدر فخطا بح بط معلوما القدر وهما وسطان في
النسبة بين خطي اب بج اعني نسبة اب الى بح كنسبة بح الى بط وكنسبة بط
الى بج وذلك ما اردنا ان نبين مربع ابجد مفروض وهو قاعدة مجسم اح



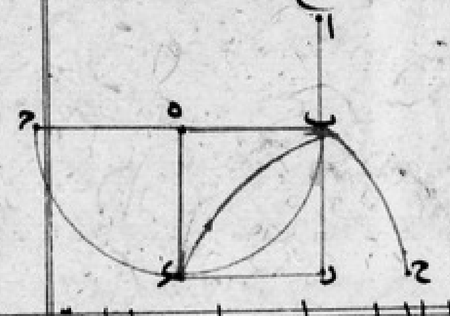
ده المتوازي السطوح القائم الزوايا
ومربع مح مفروض ونريد ان نعمل على قاعدة
مح مجسما متوازي السطوح قائم الزوايا
مساويا لمجسم اح ده المفروض
فنجعل نسبة اب الى مر كنسبة مر الى
كه ثم نجعل نسبة اب الى كه كنسبة رط الى هد ونجعل دط عمودا على
سطح مح على نقطة ر ونتمم مجسم مرطح فاقول ان هذا المجسم مساو للمجسم

المفروض برهانه نسبة مربع اح الى مربع مح كنسبة اب الى ك فتكون نسبة مربع اح
الى مربع مح كنسبة زط الذي هو ارتفاع مجسم مطح الى ده الذي هو ارتفاع مجسم به
فيكون المجسمان متساويين لان قواعدهما متكافئة لارتفاعهما كما بين في مقالة يا من
الاصول وكلما قلنا مجسم فانا نعني به المجسم المتوازي السطوح القائم الزوايا وكذلك
كلما قلنا سطح فانا نعني به السطح المتوازي الاضلاع القائم الزوايا مجسم اح ك
مفروض قاعدته اح مربعة ونريد ان نعمل مجسما قاعدته مربع وارتفاعه مثل
هط المفروض
ويكون مساويا
لمجسم اح ك
نعمل نسبة
هط الى بد كنسبة اب الى ك ونأخذ بين اب وك خطا وسطا في النسبة وهو هر
ونعمل هر عمودا على هط ونتمم طر ونعمل ح ه عمودا على سطح طب ويكون مثل ره
ونتمم مجسم ح ه ط ر فاقول ان مجسم ط الذي قاعدته مربع ح ر وارتفاعه
ه ط المفروض مثل مجسم ك المفروض برهانه ان نسبة مربع اح الى مربع ح ر كنسبة
اب الى ك فتكون نسبة مربع اح الى مربع ح ر كنسبة هط الى ب ك فقاعدتا المجسمين
متكافئتان لارتفاعيهما فهما متساويان
وذلك ما اردنا ان نبين ومن بعد ذلك
فانا نأتي بالصنف الثالث
من المفردات وهو كعب يعدل عددا

نض

نضع العدد مجسم اب ح ك وقاعدته اح وهو مربع الواحد كما قلنا وطوله مثل
العدد المفروض ونريد ان نعمل مكعبا مساويا له فنأخذ بين خطي اب بح خطين
وسطين في النسبة ويكونان معلومي القدر كما بيناه وهما ه ر ونجعل ح ط مساويا
لخط ه ونعمل عليه مكعب طح كل فيكون هذا المكعب معلوم القدر وضلعه
معلوم القدر فاقول انه مساو لمجسم ك برهانه نسبة مربع اح الى مربع
ط ك كنسبة اب الى ح ك مثناة ونسبة اب الى ح ك مثناة كنسبة
اب الى ذ الاول الى الثالث من الخطوط الاربعة بل كنسبة الاول الى الثاني
الى د ب الرابع فقاعدتا مكعب ل ومجسم ك متكافئتان لارتفاعيهما فهما
متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ومن بعد ذلك فانا نستعمل بالاصناف
الستة التامة الثلاثة
الصنف الاول
هو مكعب واضلاع يعدل
عددا نضع اب ضلع
مربع مساو لعدد الجذور وهو مفروض ونعمل مجسما تكون قاعدته مثل مربع اب ويكون
ارتفاعه مثل ك ويكون مساويا للعدد المفروض كما بينا عمله فيما تقدم ونجعل بح
عمودا على اب وقد علمت ما معنى العدد المجسم في كلامنا وهو مجسم تكون قاعدته
مربع الواحد وارتفاعه مثل العدد المفروض اعني خطا نسبته الى ضلع قاعدة المجسم
كنسبة العدد المفروض الى الواحد ونخرج اب على استقامته الى د ونعمل قطعا مكافئا
راسه نقطة ب وسهمه ب د وضلعه القائم اب وهو قطع ح ب ك فيكون

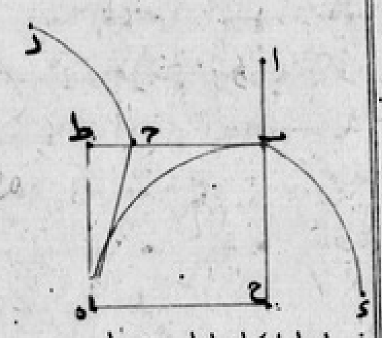
هطح بد معلوم الوضع كما بينا انفا ويكون مماسا الخط بح ونعمل على بح نصف دائرة
فانها بالضرورة تقطع القطع فلنقطعه على ك ونخرج من ك التي هي معلومة الوضع
كما عرفته عمودي كر كه على بر بح فيكونان معلومي الوضع والقدر لخط كر
من خطوط الترتيب في القطع فيكون مربعه مساويا للضرب بر في اب فيكون
نسبة اب الى كر الذي هو مثل به كنسبة به الى هد الذي هو مثل دب لكن
نسبة به الى هد كنسبة هد الى هح فالخطوط الاربعة متناسبة اب به هد
هح فنسبة مربع اب الاول الى مربع به الثاني كنسبة به الثاني الى هح الرابع
فالمجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه هح مساو لمكعب به لان ارتفاعهما
مكافئان لقاعدتيهما ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه هب
مشتركا فيكون مكعب به مع هذا المجسم مثل المجسم الذي قاعدته مربع اب
وارتفاعه لح الذي فرضناه مساويا للعدد المفروض لكن المجسم الذي قاعدته
مربع اب الذي هو مثل عدة الجذور وارتفاعه هب الذي هو ضلع المكعب مساو
لعدة اضلاع مكعب هب المفروضة فمكعب هب مع عدة اضلاعه المفروضة
مساو للعدد المفروض وذلك المراد



وليس لهذا الصنف اختلاف وقوع
ولا استحالة من سائر الاشياء وقد خرج
بخواص الدائرة مع خواص القطع المكافئ
الصنف الثاني من الاصناف
الستة الثلاثية مكعب وعدد يعدل اضلاعا فنفرض اب ضلع مربع مساو لعدة
الجذور

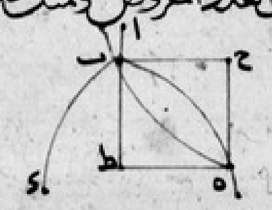
الجذور ونعمل مجسما يكون قاعدته مربع اب ويكون مساويا للعدد المفروض
ولكن ارتفاعه ج وهو عمود على اب ونعمل قطعا مكافئا راسه نقطة ب
وسهمه على استقامة اب وضلعه القائم اب وهو كب ه ويكون معلوم
الوضع ونعمل قطعا زائدا راسه نقطة ح وسهمه على استقامة لح وكل واحد من
ضلعيه القائم والمائل مثل لح وهو هح ر ويكون معلوم الوضع كما بينه ابلونيوس
في شكل نح من مقالة ا فهذان القطعان اما ان يلتقيا واما ان لا يلتقيا فان لم
يلتقيا فالمسألة مستحيلة وان يلتقيا بالتماس على نقطة او بالتقاطع على
نقطتين فيكون النقطة معلومة الوضع فليلتقيا على نقطة ه ونخرج منها عمودي
هط هح على خطي بط لح فيكون العمودان لا محالة معلومي الوضع والقدر وخط هط
من خطوط الترتيب فيكون نسبة مربع هط الى ضرب بط في طح كنسبة الضلع القائم الى
الضلع المائل كما بينه ابلونيوس في شكل ك من مقالة ا والضلعان القائم وهو المنتصب
والمائل متساويان فمربع هط مساو لضرب بط في طح فنسبة بط الى طه كنسبة طه
الى طح ولكن مربع هح الذي هو مثل بط مساو لضرب بح في با كما بين في شكل ب
من مقالة ا من كتاب المخروطات فنسبة اب الى بط كنسبة بط الى لح وكنسبة هح
الذي هو مثل هط الى طح فالخطوط الاربعة متناسبة فنسبة مربع اب الاول
الى مربع بط الثاني كنسبة بط الثاني الى طح الرابع فمكعب بط مساو للمجسم الذي
قاعدته مربع اب وارتفاعه حط ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه
لح الذي عملناه مساويا للعدد المفروض مشتركا فيكون مكعب بط مع العدد المفروض
مساويا للمجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه بط وهو عدة اضلاع المكعب

وقد تبين ان لهذا الصنف اختلاف وقوع ويقع من مسائله ما يستحيل وقد تخرج بخواص
قطعين مكافي وزائد الصنف



الثالث مكعب يعدل اضلاعا وعددا
نضع اب ضلع مربع مثل عدد الاضلاع
ونعمل مجسما قاعدته مربع اب ويكون
مساويا للعدد المفروض ولكن ارتفاعه
بج عمودا على اب ونخرج اب بج على استقامة
ونعمل قطعا مكافيا راسه نقطة ب وسهمه على استقامة اب وضلعه القائم اب
وهو بين فيكون معلوم الوضع ويكون مماسا لخط بج على ما بينه ابلونيوس في شكل لج
من مقالة آ ونعمل قطعا اخر زائدا راسه نقطة ب وسهمه على استقامة بج وكل
واحد من ضلعه القائم والمائل مثل بج وهو قطع ب ه فيكون معلوم الوضع ومماسا
لخط اب فالقطعان لا محالة يتقاطعان فليتقاطعا على نقطة ه فيكون معلومة الوضع
ونخرج من نقطة ه عمودي ه ط ه ج فهما معلوما الوضع والقدر وخط ه ج من خطوط الترتيب
فعلى ما تقدم يكون مربعه مساويا لضرب ج ح في ب ح فنسبة ج ح الى ه ج كنسبة
ه ج الى ب ح لكن نسبة ه ج الى ه ب مثل ب ط الى ب ح الذي يوصل ه ط وهو من خطوط
الترتيب في القطع الاخر كنسبة ه ط الى اب الذي هو الضلع القائم للقطع فالخطوط
الاربعة متناسبة نسبة اب الى ب ح كنسبة ج ب الى ب ط وكنسبة ب ط
الى ب ح فنسبة مربع اب الاول الى مربع ب ح الثاني كنسبة ج ب الثاني الى ب ج

الرابع فيكون مكعب ب ح مساويا للمجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه
ج ح لان ارتفاعهما مكافيان لقاعدتيهما لكن هذا المجسم مساو للمجسم الذي قاعدته
مربع اب وارتفاعه بج الذي عملناه مساويا للعدد المفروض والمجسم
الذي عمود ب ه قاعدته مساوية لمربع اب وارتفاع بج الذي هو مثل عدد
الاضلاع المفروضة لمكعب بج فكعب بج مثل العدد المفروض ومثل عدد
اضلاعه المفروضة وذلك المراد فقد تبين

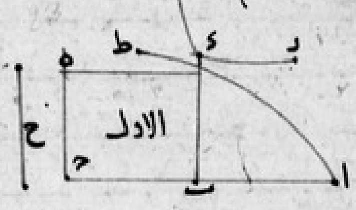


انه ليس لهذا الصنف اختلاف وقوع ولا فيه
شي يستحيل اعني في مسائله وقد تخرج بخواص
قطعين مكافي وزائد معا الصنف
الرابع من الاصناف الستة الثلاثية مكعب واموال يعدل عددا نضع خط اب لعدة
الاموال ونعمل مكعبا مساويا للعدد المفروض وليكن ضلعه ح ونخرج اب على
استقامة ونجعل ب ط مثل ح ونتمم مربع ب ط د ج ونعمل على نقطة د قطعا زائدا
لا يلقاه بج ب ط وهو قطع ه د ز كما بين من قوة شكلي د وه من مقالة ب وشكل
نط من مقالة آ فيكون قطع ه د ز معلوم الوضع لان نقطة د معلومة الوضع
وخطا بج ب ط معلوما الوضع ونعمل قطعا مكافيا راسه نقطة ا وسهمه
اط وضلعه القائم د ج وهو قطع اك فيكون قطع اك معلوم الوضع والقطعان
يتقاطعان فليتقاطعا على نقطة ه فيكون ه معلومة الوضع ونخرج منها عمودي
ه ر ه ل على خطي اط بج فيكونان معلومي الوضع والقدر واقول انه لا يمكن

ان يقطع ططراه كـ نقطع ك ز ه على نقطه يكون العمود النازل منها الى خط اط مووافقا على
ط او خارجا منها فلنقطع على ط ان امكن فيكون مربعه مساويا لضرب اط في طب الذى
هو مثل بح لكن ذلك العمود يكون مساويا لعمود دط فيكون مربع طد مساويا لضرب
اط في طب وهو ايضا مساو لضرب بط في مثله هذا محال فليس العمود يقع على ط وكذلك
لا يقع خارجا منه لانه يكون ذلك العمود حينئذ اقصر من طد فيكون هذا المحال الزم
فاضطرار يقع العمود على نقطه فيما بين اط مثل هز ومربع هز مثل ضرب از في بح
فيكون نسبه از الى هز كنسبه هز الى بح وسطح هب مثل سطح دب كما بين في شكل
ح من مقاله ا من المخروطات يكون نسبه هز الى بح كنسبه بح الى بز فالخطوط الاربعة
متناسبه از هز بح بز فنسبه مربع بز الرابع الى مربع بح الثالث كنسبه بح الثالث
الى از الاول فيكون مكعب بح الذى عملناه مساويا للعدد المفروض مساويا للمجسم
الذى قاعدته مربع بز وارتفاعه از لكن هذا المجسم الذى قاعدته مربع بز وارتفاعه
از مساو لمكعب بز والمجسم الذى قاعدته مربع بز وارتفاعه اب وهذا المجسم الذى
قاعدته مربع بز وارتفاعه اب هو مثل عدة
الاموال المفروضه فمكعب بز مع عدة امواله
المفروضه مساو للعدد المفروض وذلك ما
اردنا ان نبين وهذا الصنف ليس فيه
اختلاف وقوع ولا استحاله شى من مسايله
وقد خرج بخواص القطوع المكافى والزايد معا

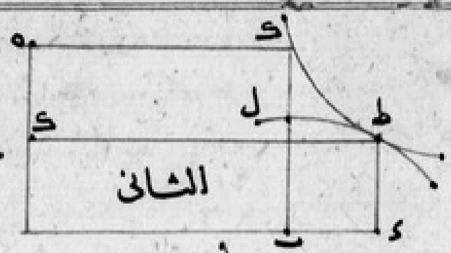
الصنف الخامس من الاصناف السته الثلاثه الباقيه مكعب وعدد يعدل اموالا
نفرض اح لعدة الاموال ونعمل مكعبا مساويا للعدد المفروض ويكون ضلعه ح فخط ح
لا يخلو اما ان يكون مساويا لخط اح او اعظم منه او اصغر فان كان مساويا له استحالت
المسله لانه لا يخلو اما ان يكون ضلع المكعب المطلوب مثل ح او اصغر او اكبر فان
كان مثله كان ضرب اح في مربعه مثل مكعب ح فيكون العدد مثل عدة الاموال ولا يحتاج
الى زياده المكعب وان كان ضلع المطلوب اصغر منه كان ضرب اح في مربعه اصغر
من العدد المفروض فيكون عدة الاموال اصغر من العدد المفروض فضلا عن الزياده وان كان
الضلع اكبر من ح كان مكعبه اكبر من ضرب اح في مربعه فضلا عن زيادة العدد
عليه ثم ان كان ح اعظم من اح يكون المحال في الوجوه الثلاثه الزم فيجب ان يكون
ح اصغر من اح والا فالمسله مستحيله ونفصل بح من اح مثل ح فخط بح اما ان يكون
مثل اب او اعظم منه او اصغر فليكن في الشكل الاول مثله وفي الثاني اعظم منه وفي
الثالث اصغر منه ونتمم في الاشكال الثلثه مربع دح ونعمل عليه نقطه ك قطعا
زايدا لا يلقاه ادح ه وهو في الاول در وفي الثاني در وفي الثالث كط ونعمل قطعا
مكافيا راسه نقطه ا وسهمه اح وضلعه القايم بح وهو في الاول اط وفي الثاني
ال وفي الثالث اك ويكون القطعان معلومي الوضع ففي القطع الاول يمر القطع المكافي
على نقطه ك لان مربع كب مساو لضرب اب في بح فيكون ك على محيط القطع المكافي
ويلقاه على نقطه اخرى ويمكن ان يستظهر بادنى تامل وفي الثاني يكون نقطه ك خارجه
من محيط المكافي لان مربع كب اعظم من ضرب اب في بح فان التقى القطعان بالتماس

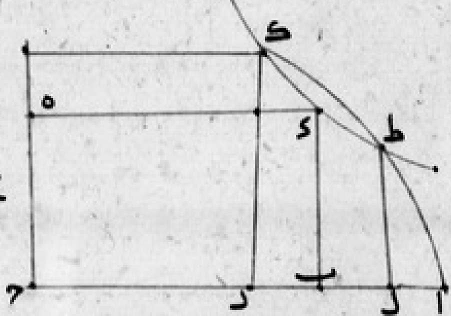
على نقطه اخرى او بالتقاطع فيكون العمود النازل منها واقعا لا محالة فيما بين نقطتي
اب كانت المسله ممكنه والا فهي مستحيله وهذا التماس او التقاطع لم يفطن له
ابو الجود المهندس الفاضل حتى جزم القضا بانه ان كان اعظم من اب كانت المسله
مستحيله وابطل في حكمه هذا وهذا الصنف هو الذي اضطر اليه الماهاني من
بين الاصناف السته حتى يعرف وفي الثالث يكون نقطه ى داخل القطع المكافي
ويقاطع القطعين على نقطتين وبالجمله فاذا اخرج من نقطه الالتقا عمودا على اب وليكن في
الشكل ب طر وكذلك عمودا اخر منها على حه ه ويتم سطح طح مثل سطح
دح يكون نسبه رح الى لح كنسبه لح الى طر وطر من خطوط الترتيب في قطع اط
ل يكون مربعه مثل ضرب ار في لح فيكون نسبه لح الى طر كنسبه طر الى را فالخطوط
الاربعه متناسبه نسبه رح الى حب كنسبه حب الى طر وكنسبه طر الى
را فنسبه مربع رح الاول الى مربع لح الثاني كنسبه لح الثاني الى را الرابع فيكون
مكعب لح الذي هو العدد المفروض مساو للمجسم الذي قاعدته مربع رب
وارتفاعه را ونجعل مكعب رب مشتركا فمكعب رب مع العدد المفروض
مساو للمجسم الذي قاعدته مربع رب وارتفاعه اح الذي هو مثل عدد الاموال
المفروضه وذلك المراد وقس عليه البواقي
على ان الثالث يخرج منها مكعبان لا محاله
لان كل عمود يفصل ضلع مكعب من حا
كما بين فهذا من هذا الصنف له



اخلاف

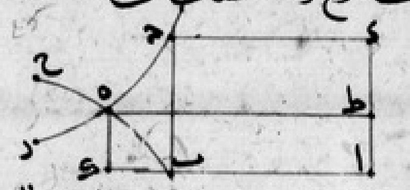
اخلاف ووقوعات وقد يقع فيها
ما يستخرج بخواص قطعين
مكافي وزايد معا الصنف
السادس من الاصناف السته
الثلاثه الباقيه هو مكعب
يعدل اموالا واعدادا نعرض
عدد الاموال خط اب
ونعمل مجسما ارتفاعه اب
وقاعدته مربع ويكون مساويا
للعدد المفروض وليكن ضلع
قاعدته لح عمودا على اب





ويتم سطح دب ونعمل على نقطه ح المعلومه الوضع قطعا زايدا لا يلقاه اب
اد ويقطع حه رد قطعا اخر مكافيا راسه نقطه ب وسهمه على استقامه
اب وضلعه القايم اب ويقع هذان القطعان يتقاطعان بالاضطرار فليتقاطعا
على ه ويكون معلومه الوضع ونخرج منها عمودي هط هك على اب اد
فسطح ها مثل حا فيكون نسبه اك الى لح كنسبه اب الى هك ويكون مربعاتها
ايضا متناسبه لكن مربع هك مثل ضرب كب في اب لان هك خط من الترتيب
في قطع كهر فيكون نسبه مربع اب الى مربع هك كنسبه اب الى بك فنسبه

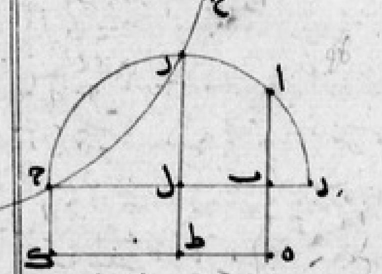
مربع جه الى مربع اك كنسبة كك الى اب فيكون المجسم الذي قاعدته مربع جه وارتفاعه
اب مساويا للمجسم الذي قاعدته مربع اك وارتفاعه كب لتكافؤ الارتفاعين
والقاعدتين ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع اك وارتفاعه اب مشتركا فيكون
مكعب اك مساويا للمجسم الذي قاعدته مربع جه وارتفاعه اب الذي عملناه
مثل العدد المفروض مع المجسم الذي قاعدته مربع اك وارتفاعه اب الذي هو
عدة الاموال المفروضة فيكون مكعب اك مثل عدة اموال المفروضة مع العدد
المفروض وليس لهذا الصنف اختلاف وقوع ولا يستحيل من مسائله شي



وقد خرج بخواص قطعين مكافي وزائد
معا واذ قد اتينا على الاصناف الثلاثة
فلنقل على الرباعية الاربعة التي كل
صنف منها مركب من ثلثة يعادل واحدا فالصنف الاول من الاربعة
الرباعية مكعب واموال واضلاع تعدل اعدادا نضع به ضلع مربع مساو
لعدد الاضلاع المفروضة ونعمل مجسما قاعدته مربع به ويكون مساويا للعدد
المفروض وليكن ارتفاعه جه عمودا على به ونعمل بد مثل عدة الاموال المفروضة
على استقامة جه ونعمل على قطر دج نصف دائرة دزج ونتمم سطح بك ونعمل
قطعا زائدا راسه نقطة ج ولا يلقاه خطا به هك فهو يقطع الدائرة على نقطة
ج لانه يقطع الخط المماس لها وهو جك فيلزم ان يقطعها على نقطة اخرى فليقطعها
على ز فيكون ز معلومة الوضع لان الدائرة والقطع معلوما الوضع ونخرج من ز

عمودي

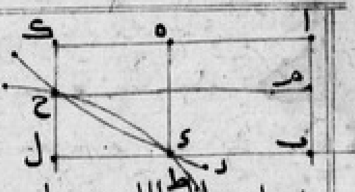
عمودي زط زا على هك ها فسطح زه مثل سطح بك ونلقي هل المشترك يبقى
سطح زب مثل سطح لك فيكون نسبة زل الى لج كنسبة هب الى بل لان هب
مثل طل وكذلك مربعاتها ايضا متناسبة لكن نسبة مربع زل الى مربع لج
كنسبة دل الى لج لحال الدائرة فيكون نسبة مربع هب الى مربع بل كنسبة دل
الى لج فيكون المجسم الذي قاعدته مربع هب وارتفاعه لج مثل المجسم الذي
قاعدته مربع بل وارتفاعه دل لكن هذا المجسم الاخير مثل مكعب بل مع المجسم
الذي قاعدته مربع بل وارتفاعه بد الذي هو مثل عدة الاموال المفروضة
ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع هب وارتفاعه بل الذي هو مثل عدد الجذور
مشتركا فيكون المجسم الذي قاعدته مربع هب وارتفاعه لج الذي عملناه
مساويا للعدد المفروض مثل مكعب بل مع مثل عدد اضلاعه المفروضة
ومع مثل عدة امواله المفروضة وذلك ما اردنا ان نبين وليس لهذا الصنف



اختلاف وقوع ولا يستحيل من مسائله
شي وخرج بخواص القطع الزائد مع خواص
الدائرة الصنف الثاني من اصناف
الاربعة الرباعية مكعب واموال
واعداد تعدل اضلاعا نضع اب ضلع
مربع مساو لعدد الاضلاع وبج لعدد الاموال المفروضة ويكون عمودا على اب
ونعمل مجسما قاعدته مربع اب ويكون مساويا للعدد المفروض وليكن ارتفاعه بد

على استقامة لحر ونعمل على نقطة ى قطعا زايدا لا يلقاه اب اه بعدان لهما سطح به وهو
قطع ردح ونعمل قطعا اخر زايدا راسه نقطة ى وسهمه على استقامة بد وكل واحد من
ضلعيه القايم والمايل مثل دح وسهم ىح ولا محالة ان هذا القطع يقطع الاول على ى
فان امكن ان يلتقيا على نقطة اخرى فالمسئلة ممكنة والا فهي مستحيلة والالتقا اما ان
يكون بالتماس واما ان يكون بالتقاطع فان قطعه على غير نقطة ى فبالضرورة ان يقطعه على
نقطتين وبالجملة فانا نخرج من نقطة التقاطع او الالتقا كيف ما كان ولتكن نقطة ح عمود ىك
ح م كحل فيكونان معلومي الوضع والقدر لان نقطة ح معلومة الوضع وسطح اح مثل سطح
اى ويلتقي هم المشترك بين مثل ح ونجعل ىم مشتركا فيكون مثل مثل هك
واضلاعهما متكافية وكذلك مربعات اضلاعهما فيكون نسبة مربع اب الى مربع بك
كنسبة مربع ح ل الى مربع لد ولكن نسبة مربع ح ل الى مربع لد كنسبة ح ل الى لد
ساه مرارا فيكون نسبة مربع اب الى مربع بك كنسبة ح ل الى لد فالمجسم الذي
ارتفاعه لد وقاعدته مربع اب مثل المجسم الذي قاعدته مربع بك وارتفاعه لح
لكن هذا المجسم الاخير مثل مكعب بك مع المجسم الذي قاعدته مربع بك وارتفاعه لح
الذي هو مثل عدة الاموال المفروضة ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه
بد الذي عملناه مثل العدد المفروض مشتركا فيكون مكعب بك مع عدد اموالها المفروضة
ومع العدد المفروض مثل المجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه بك الذي
هو مثل عدة اضلاع مكعب بك المفروضة وذلك المراد فقد بين ان هذا الصنف
له اختلاف وقوعات وربما وصفنا بان ضلعان للمكعب وربما يقع فيها اعني في معادلة

مستحيل



مستحيل وقد خرج بخواص قطعين زايدين وذلك
ما اردنا ان نبين الصنف الثالث من
الاصناف الاربعة الرباعية مكعب واضلاع
واعداد يعدل اموالا نفرض خط به لعدة الاموال المفروضة ونجعل ضلع مربع مساو
لعدة الاضلاع ويكون عمودا على به ونعمل مجسما قاعدته مربع لح ويكون مساويا
للعدد المفروض وليكن ارتفاعه اب وعلى استقامة به ونعمل على اه نصف دايرة
اره فنقطة ح اما ان تقع داخل الدايرة او على محيطها او خارجا منها فلتقع اولا
داخل الدايرة ونخرج لح على استقامة حتى يقطع الدايرة على ر ونتمم سطح اد ونعمل
على رد سطحا مساويا لسطح اد وهو ح فتكون نقطة ح معلومة الوضع لان سطح
ح معلوم القدر وزواياه ايضا معلومة القدر وخط رد معلوم الوضع والقدر
وهي اما ان تقع داخل الدايرة او على محيطها او خارجا منها فلتقع اولا داخل الدايرة
ونعمل على نقطة ح قطعا زايدا لا يلقاه رد حم فهو يقطع الدايرة على نقطتين
بالضرورة في هذا الوضع فليقطعها على نقطتي ل ه ويكونان معلومي الوضع ونخرج منهما
عمودي لك نف على اه ومن نقطة ل عمود لط على ر وسطح لح مثل سطح حح ونخرج
مثل اح ونجعل حك مشتركا فيكون ىك مثل طك واضلاعهما متكافية وكذلك
مربعات اضلاعهما لكن نسبة مربع لك الى مربع كا كنسبة هك الى كا
للدايرة فيلزم ان يكون نسبة مربع لح الى مربع بك كنسبة هك الى كا فالمجسم الذي
قاعدته مربع لح وارتفاعه كا مثل المجسم الذي قاعدته مربع بك وارتفاعه
كه لكن المجسم الاول مثل عدة اضلاع مكعب بك المفروضة ومثل العدد المفروض

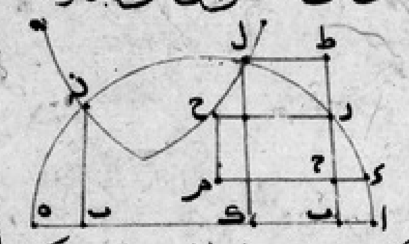
وتجعل مكعب ب ك مشتركا فيكون الجسم الذي قاعدته مربع ب ك وارتفاعه ب ه
الذي يوشك عدة اموال مكعب ب ك المفروضة مثل مكعب ب ك مع عدة اضلاعه
المفروضة ومع العدد المفروض وكذلك يكون مكعب من هذا البرهان هذا
اذا وقع نقطتا ح داخل الدائرة فان وقع ح خارج الدائرة وعمل القطع وربما
لقي الدائرة بالتماس او بالتقاطع ويؤول الامر الى ما قلنا وان لم يلق القطع الدائرة
فلا بد ان نعمل السطح على خط اقصر من ب ح او المساوية في الوقوع الاخر فان لم يلق
القطع الدائرة فالمسألة مستحيلة ويكون البرهان على استحالتها بعكس ما ذكرناه
وان وقع ح على المحيط وخارج الدائرة يخرج ح ر على استقامة ونعمل سطحا يحيط
زواياه يكون على ح ويكون بحسب ما عمل على الزاوية المقابلة لزاوية ح قطع
بالصفة المذكورة يلقى الدائرة بالتماس او بالتقاطع وذلك نعلم تفصيل استقرائه من
من القياس السهل تركته لكي يحصل للناظر في رسالتي هذه الارتياض فان من الممكنة
هذا القدر من الاستنباط لا يستحق من هذه الرسالة سيما اذ هذه الرسالة مبنية
على الكتب الثلاثة التي ذكرناها ونبرهن على استحالة المستحيل منها بعكس
البرهان الذي ذكرناه على الممكن وذلك ان ضلع المكعب يجب ان يكون اقصر من
ه ب الذي هو عدة الاموال المفروضة لانه ان كان مساويا لعدة الاموال
المفروضة يكون ذلك المكعب مساويا لعدة امواله المفروضة فضلا عن
زيادة شيء اخر عليه من العدد ومن اضلاعه فان كان ضلع المكعب اعظم من عدة
الاموال المفروضة كان المكعب نفسه اعظم من عدة امواله المفروضة فضلا عن
زيادة شيء اخر عليه من انه يجب ان يكون اقصر منه فيصل مثله من [illegible] ولكن

هذا النوع من هذا الصنف هو ...

١٥

١٦

ن ف ونخرج من ف عمودا الى محيط الدائرة ونعكس البرهان الذي ذكرناه فتبين
ان راس العمود يكون على محيط القطع الذي مثل انه لا يمكن ان يلقى الدائرة وذلك
محال ... واصل انا نظن ان هذه الاستقرا



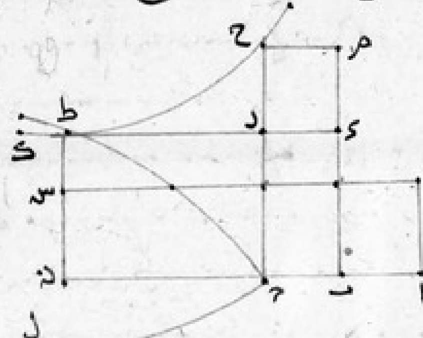
ربما يكون عسيرا على بعض الناظرين
في هذه الرسالة فاما تطوى هذه
الجملة ربما الى نقاء من مغرٍ عن هذا
الاستقراء ومن اما نعمل سطحا على خط كيف ما اردنا على استقامة يح كيف ما
ويقع خارجا او داخلا ويكون احدى زواياه على نقطة ح ويكون مساويا لما
نسطح اح ولا بد من ان يصير اضلاعه معلومة القدر والوضع ونعمل على الزاوية
المقابلة لزاوية ح قطعا زائدا لا يلقاه خطا ر ح ح م وهو الخط الذي هو
عمود على نقطة ح فان لقي القطع الدائرة بالتماس او بالتقاطع فالمسألة
ممكنة والا فهي مستحيلة والبرهان على الاستحالة ما ذكرت وقد اضطر
واحد من المهندسين الى هذا الصنف وقد اخرجه الا انه لم يبين اختلاف وقوعها
ولم يتفطن انه ربما يقع فيه مستحيل كما بيناه فاعرفه واعرف القانون
الاخر في عمل هذا الصنف من الممكن المستحيل في هذا الصنف من خواص
الدائرة مع خواص القطع الزائد وذلك ما اردنا ان نبين واما المسألة التي اضطر
واحد من المتأخرين الى هذا الصنف هي هذه عشرة قسمتها بقسمين ويكون مجموع
مربعي القسمين مع الخارج من قسمة الاعظم على الاصغر اثنين وسبعين فوضع احد
القسمين شيئا والاخر عشرة الا شيئا [illegible] اد الجبر في امثال العمليات فادى

هذا

العمل الى مكعب مع خمسة من العدد وثلثه عشر اضلاعه ونصف معادل العشر اموال
وفي هذه المثلث بعينها نقع نقطة ح داخل الدايرة فاستخرج المسله هذا الفاضل
بعدما اعيت هذه المسلة جماعة من فضلا العراق ومنهم ابو سهل القوهي الا ان
هذا المستخرج مع فضله وعظم قدره في الرياضات لم يخطر بباله هذه الاختلافات
وفي مسايل هذا الصنف ما يستحيل وهذا الفاضل هو ابو الجود الذي الصنف
الرابع من الاصناف الاربعة الرباعية هو اعداد واضلاع واموال تعدل مكعبا نفرض
ب ه ضلع مربع مثل عدة الاضلاع ونعمل مجسما قاعدته مربع به ويكون مساويا
للعدد المفروض وليكن ارتفاعه اب عمودا على به ونفرض ب ح لعدة الاموال
المفروضة على استقامة اب ونتم اه ونخرج على استقامة هب هم كيف ما كان
مقداره ونعمل على هم المفروض سطحا مثل اه وهو سطح هح فيكون نقطة ح معلومة
الوضع ونعمل على ح قطعا زايدا لا نلقاه هم هر وهو ح ط ك فيكون معلوم الوضع
ونعمل قطعا اخر زايدا راسه نقطة ح ونتممه على استقامة لح وكل واحد من ضلعيه
المايل والقايم مثل اح وهو قطع لحط ويكون معلوم الوضع ويقطع لا محالة قطع ح
طك فليقطعه على نقطة ط فيكون ط معلومة الوضع ونخرج منها عمودي طس طع
لح ثم يكونان معلومي القدر والوضع وطه مثل هح الذي هو مثل ها ونجعل هس
مشتركا فيكون اس مثل طب واضلاعهما متكافية وكذلك مربعات اضلاعهما
لكن نسبة مربع طس الى مربع اس كنسبة رح الى اب كما ساء من المكان وقطع لحط
فنسبة مربع به الى مربع بس كنسبة لح الى با والمجسم الذي قاعدته مربع به وارتفاعه
اب مثل المجسم الذي قاعدته مربع بس وارتفاعه حل لكن الاول مساو للمجسم الذي

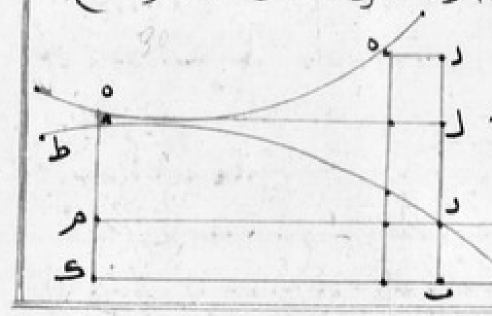
لحط

لحط به مربع به وارتفاع اب الذي عملناه مساويا للعدد مع المجسم الذي
قاعدته مربع به وارتفاعه بر الذي هو مثل عدة اضلاع مكعب بس المفروضة
فيحصل المجسم الذي قاعدته مربع بس وارتفاعه لح الذي هو مثل عدة الاموال
المفروضة لمكعب بس مشتركا فيلزم ان يكون مكعب بس مثل عدة اموالها المفروضة
مع عدة اضلاعه المفروضة ومع العدد المفروض وذلك ما اردنا ان نبين وليس
لهذا الصنف اختلاف وقوع ولا في مسائله ما يستحيل واذ قد اتينا على
الاصناف الاربعة الرباعية
فلنقل على الاصناف الثلاثة
التي كل واحد منها مركب
من اربع تعادل اثنين
الصنف الاول
من الاصناف الثلاثة الرباعية



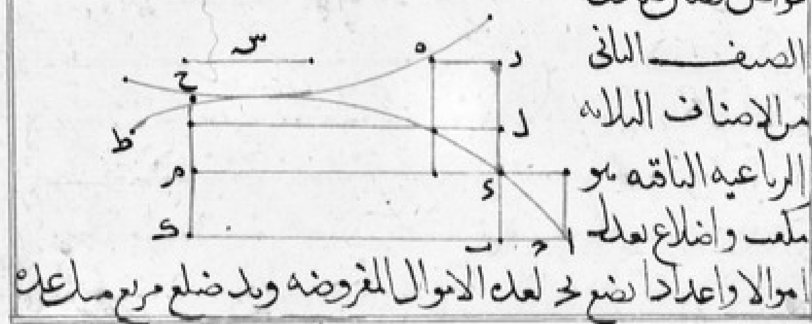
الباقية هو مكعب واموال تعدل اضلاعا وعددا نضع بد ضلع مربع مساو
لعدة الاضلاع وحب لعدة الاموال المفروضة وهو عمود على بد ونعمل
مجسما قاعدته مربع بد ويكون مساويا للعدد المفروض وليكن ارتفاعه
بس فخط بس اما ان يكون اعظم من بح او اصغر منه او مساويا له فليكن اولا اصغر
منه ونفصل بحا ب مثل بس ونتم اى ولنفرض دع على استقامة ى كيف ما
وقع ونعمل على دع سطحا مثل اى وهو هد فيكون ه معلومة الوضع واضلاع
سطح هد كلها معلومة الوضع والقدر ونعمل على ه قطعا زايدا لا يلقاه دع

كرع وبوقطع ه ح فكون هح معلوم الوضع ونعمل قطعا اخر زايدا راسه نقطه آ
وسهمه اب وكل واحد من ضلعيه المايل والقايم مثل اح وبوقطع اح ط
فهو يقطع القطع الاخر باضطرار فليقطعه على ح فتكون ح معلومه الوضع ونخرج
منها عمودي ح ك ح ل فيكونان معلومي الوضع والقدر وسطح ح د مثل هذا
الذي هو مثل اى و ك ك مشترك مسطح ح ب مثل ام ويكون اضلاعهما
متكافيه وكذلك مربعات اضلاعهما لكن نسبه مربع ح ك الى مربع كا
كنسبه ح ك الى اك لمكان قطع اح ط كما بيناه مرارا فتكون نسبه مربع بد
الى مربع بك كنسبه ح ك الى اك فالمجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه اك
اك مثل المجسم الذي قاعدته مربع بك وارتفاعه ح ك لكن هذا المجسم
الاخير مثل مكعب بك مع المجسم الذي قاعدته مربع بك وارتفاعه لح
الذي هو عدة الاموال المفروضه والمجسم الاول مساو للمجسم الذي قاعدته
مربع بد وارتفاعه اب الذي عملناه مثل العدد المفروض مع المجسم الذي
قاعدته مربع بد وارتفاعه ب ك الذي هو عدة اضلاع مكعب بك
المفروضه فمكعب بك مع عدة امواله المفروضه مثل العدد المفروض مع عدة
اضلاعه المفروضه وذلك
المراد واذا كان س مثل
لح فان بد هو ضلع المكعب
المطلوب برهانه ان المجسم
الذي قاعدته مربع بد



وارتفاعه

وارتفاعه اضا بد الذي هو عدة اضلاع مكعب ب د مساو لمكعب بد
والمجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه لح الذي هو عدة اموال مكعب
بد المفروضه مساو للمجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه س الذي
هو العدد المفروض فيكون مكعب بد مع عدة الاموال المفروضه مساو للعدد
المفروض مع عدة اضلاعه المفروضه وذلك المراد ومعلوم ان مكعب بد
في هذا الوقوع مع العدد المفروض مساو لعدة امواله المفروضه مع عدة
اضلاعه المفروضه فقد داخل هذا الصنف الصنف الثالث وهو
مكعب واعداد يعدل اموالا واضلاعا وان كان س اعظم من لح فانا نجعل
اب فقط س ونعمل القطع الثاني على نقطه ه ح وكل واحد من ضلعيه
مثل اح وهو باضطرار يقطع القطع الاخر ويكون ضلع المكعب اضا ب ك
وباقي العمل والبرهان بعينه كما تقدم الا ان نسبه مربع ح ك الى مربع
كا كنسبه اك الى كح فقد بين ان لهذا الصنف اختلاف وقوعات
واحد انواعه يدخل الصنف الثالث وليس في مسائله مستحيل وقد خرج
بخواص قطعي زايد
الصنف الثاني
من الاصناف الثلاثه
الرباعيه الباقيه وهو
مكعب واضلاع يعدل

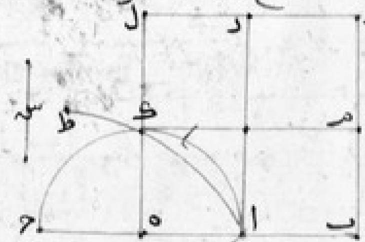


اموالا واعدادا نضع لح لعدة الاموال المفروضه وبد ضلع مربع مثل عدة

الاضلاع عمودا على لح ونعمل مجسما مساويا للعدد المفروض ويكون قاعدته
مربع بد ولكن ارتفاعه س خط س اما ان يكون اصغر من لح او مثله او اعظم
منه فليكن اولا اصغر منه ونفصل من لح مثل س وهو اى ونعمل على قطر
اح دايره اكح فيكون معلومه الوضع ونعمل على نقطه آ قطعا زايدا لا يلقاه
بد در وهو قطع اط فيكون معلوم الوضع وخط اط يقطع ان المماس للدايره فهو
يقطع الدايره لانه لو وقع بينها وبين ار لامكننا ان نخرج من نقطه ا خطا يماس
القطع كما بينه ابلونيوس في شكل من مقاله ب فذلك الخط اما ان
يقع بين ار والدايره وذلك محال او اما ان يقع خارج ار فيكون ار خطا
مستقيما واقعا بين القطع وبين ذلك الخط المماس وذلك محال فليس يقع
قطع طاح بين الدايره وبين ار فهو اذن يقطعها ونقطعها باضطرار على
نقطه اخرى فلنقطعها على ك فيكون ك معلومه الوضع ونخرج منها
عمودى كم كه على لح فيكونان معلومي الوضع والقدر كما عرفته وتتم
سطح كد فسطح اد مثل سطح كد ويلقى من د المشترك ونجعل اك
مشتركا فيكون ىك مثل ال فاضلاعهما متكافيه وكذلك مربعات
اضلاعهما لكن نسبه مربع كه الى مربع ه ا كنسبه هح الى ها فيكون
نسبه مربع بد الى مربع به كنسبه حه الى ها والمجسم الذى قاعدته مربع
بد وارتفاعه ها مثل المجسم الذى قاعدته مربع به وارتفاعه حه
ونجعل مكعب به مشتركا فيكون المجسم الذى قاعدته مربع به وارتفاعه
لح مثل مكعب به مع المجسم الذى قاعدته مربع لح وارتفاعه ه ا لكن المجسم الاول مثل

عدة

عدة اموال مكعب به المفروضه ونجعل المجسم الذى قاعدته مربع بد وارتفاعه
ىا الذى عملناه مساويا للعدد المفروض مشتركا فيكون مكعب به مع
المجسم الذى قاعدته مربع بد وارتفاعه به الذى هو عده اضلاع مكعب به
المفروضه مثل عده امواله المفروضه مع العدد مفروض وذلك المراد وان كان
س مثل لح فان لح هو ضلع المكعب المطلوب برهانه ان مكعب لح مثل
عده امواله المفروضه والمجسم الذى ارتفاعه لح وقاعدته مربع بد وهو
مثل العدد المفروض وهو ايضا مثل عده اضلاع مكعب لح المفروضه فمكعب
لح مع عدة اضلاعه المفروضه مساو لعدة امواله المفروضه مع العدد المفروض
فلذلك هذا النوع يدخل الصنف الثالث لان عدة اضلاع مكعب لح المفروضه
هو مثل العدد المفروض فيكون مكعب لح مع العدد المفروض مساويا لعدة
امواله المفروضه مع عدة اضلاعه
المفروضه وان كان س اعظم من
لح فانا نجعل ىا مثل س ونعمل
الدايره على قطر اح والقطع على
نقطه ا فيقطع الدايره على ك كما



بيناه ونخرج من نقطه ك عمودى كه كم كما عملناه في الشكل المتقدم
فيكون هب هو ضلع المكعب المطلوب والبرهان عليه كما تقدم يلقى سطح
هد المشترك فيكون اضلاع هم هر متكافيه وكذلك مربعاتها ويكون بعينه
كما تقدم لا يسقط منه شي فقد تبين ان لهذا الصنف اختلاف وتنوعات

وانواع ونوع منها يدخل الصنف الثالث وليس في مسائله مستحيل وقد خرج
بخواص الدائرة وقطع زائد الصنف الثالث من الاصناف الثلثه الرباعيه
هو مكعب واعداد يعدل اضلاعا واموالا
نفرض بح لعدة الاموال و ب ه ى عمودا
عليه وهو ضلع مربع مساو لعدة الجذور
ونعمل مجسما قاعدته مربع بد ويكون
مساويا للعدد المفروض ولكن ارتفاعه
س بخط س اما ان يكون اصغر من بح
او مثله او اعظم منه وليكن اولا اصغر منه ونفصل من بح ما مثل س وتتمم
بد ونعمل على نقطه ا قطعا زائدا لا يلقاه بد ىر وهو قطع ح اط ونعمل
قطعا اخر زائدا راسه نقطه ح وسهمه على استقامه بح وكل واحد من ضلعيه
القائم والمائل مثل اح فهو لا محاله يقطع القطع الاخر وهو كحل فليقاطع قطع
كحل قطع ح اط على نقطه م فيكون م معلومه الوضع لان القطعين
معلوما الوضع ونخرج منها عمودي مر ى ه مع فيكونان معلومي والقدر سطح
ى ا مثل سطح دم ويكون به مثل زه على ما بيناه مرارا فاضلاعهما متكافيه وكذلك
مربعات اضلاعهما لكن نسبه مربع مزه الى مربع ها كنسبه حره الى ها لقطع ك
حل فيكون نسبه مربع بد الى مربع به كنسبه حره الى ها فالمجسم الذي قاعدته
مربع بد وارتفاعه ه ا مثل المجسم الذي قاعدته مربع به وارتفاعه حره ونجعل
المجسم الذي قاعدته مربع به وارتفاعه بح فالذي هو عدة اموال مكعب ب ه

مشتركا

مشتركا لمكعب به مثل عدة امواله المفروضه مع المجسم الذي قاعدته مربع بد
وارتفاعه ها ونجعل المجسم الذي ارتفاعه ما وقاعدته مربع بد الذي
عملناه مساويا للعدد المفروض مشتركا فيكون المجسم الذي قاعدته مربع
بد وارتفاعه به الذي هو مثل عدة اضلاع مكعب به المفروضه مع عدة
اموال مكعب ب ه المفروضه مساويا لمكعب به مع العدد المفروض
وان كان س مثل بح فان بح هو
ضلع المكعب برهانه ان مكعب
بح مثل عدة امواله المفروضه والعدد
المفروض يكون مساويا لعدة اضلاع
مكعب بح المفروضه مع مكعب بح
مع العدد المفروض مثل عدة اضلاعه المفروضه وذلك المراد ويكون ايضا
مكعب بح مع عدة اضلاعه المفروضه مثل عدة امواله المفروضه مع العدد
المفروض فقد دخل هذا النوع الصنف الثاني وان كان س اعظم من
بح فانا نجعل ما مثل س ونتمم السطح ونعمل القطع الاول على ا والثاني ايضا
على ا وهما متقاطعان لان التقاءهما بايه اما بالتماس فعلى نقطه
واحده واما بالتقاطع فعلى نقطتين كما هو معروف من مقاله ى من كتاب
المخروطات فالمسئله ممكنه والاخرى مستحيله وان تقاطعا فنخرج من
نقطتي التقاطع عمودين يفصلان ضلعين لمكعبين والبرهان عليه كما تقدم لا
يتغير منه شي فتبين ان لهذا الصنف انواعا وبعضها مستحيل وقد خرج

خواص قطعی زائد ...[illegible] هذه الثلثة الاصناف الرباعيه مداخله اى
يوجد نوع من الاول يكون هو بعينه نوعا من الثانى ويوجد نوع من الثانى هو
نوع من الثالث ويوجد نوع من الثالث هو بعينه نوع من ٢ كما بيناه وادرنا
على الاصناف الخمسه والعشرين ها
من مقدمات الجبر والمقابله واستوفيناها
حق الاستيفا وحصلنا انواع كل
صنف منها واعطينا القانون
فى معرفه الممكن من المستحيل فى
مسائلها فيقع فيه المستحيلات ومنها ان اكثرها لا يقع فيه المستحيلات
ولنقل على اجزائها الجزء الذى هو عدد نسبته الى الواحد كنسبة الواحد الى ذلك الشئ فان
كان الشئ ٣ كان جزوه ثلثا وان كان الشئ ثلثا كان جزوه ثلثه وكذلك
ان كان ٤ كان جزوه ربعا وان كان ربعا كان جزوه ٤ وبالجمله فان جزء
كل عدد هو الجزء السمى لذلك العدد كالثلث من ٣ ان كان العدد صحيحا
والثلثه من الثلث ان كان العدد كسورا وكذلك جزء المال والجزء السمى
لعدده صحيحا كان او كسرا وكذلك جزء الكعب ولكى يكون اظهر للحس
فانا نضعها فى لوح

جزء الكعب	جزء المال	جزء الجذر
٨	٤	٢
الواحد	الجذر	المال	الكعب
١	٢	٤	٨

نسبه جزء الكعب الى جزء المال كنسبه جزء المال الى جزء الجذر
وكنسبه جزء الجذر الى الواحد وكنسبه الواحد الى الجذر وكنسبه الجذر الى

المال

المال وكنسبه المال الى الكعب فهذه لامراتب متواليه على نسبه واحده
ويتكلم فى معادلاتها لاغير واما جزء مال المال وجزء مال الكعب وجزء كعب الكعب
الى غير ما يبلغ يكون ايضا متناسبه ولا حاجه لنا الى ذكرها اذ لا سبيل الى
استنباطها واعلم انك ان اخذت الثمن الذى هو جزء الكعب يكون جزوه
٨ الذى هو الكعب بالعكس فقس عليه سائره فجزء الكعب وجزء المال
وجزء الجذر والواحد هذه الاربعة يكون فى حكم الكعب والمال والجذر والواحد
مساله اذا قيل جزء مال يعدل نصف جزء جذر وكانه قيل مال يعدل نصف
جذر فالمال يكون ربعا وهو جزء المال فالمال المطلوب يكون ٤ وجزوه الربع
وجزء جذره النصف وعلى هذا القياس فى مفرداته واما فى المركبات اذا
قيل جزء مال وجزء جذر يعدل واحدا وربعا وكانه قيل مال وجذر يعدل واحدا
وربعا فبالطريق الذى بيناه يخرج الجذر نصفا والمال ربعا الا انه بموجب
السوال جذر مال وجزء جذر فيكون الربع الذى هو المال الاول جزء المال
المطلوب فيكون المال المطلوب ٤ وكذلك فى الرباعيات اذا قيل
جزء كعب و٣ اجزاء مال و٤ اجزاء جذر يعدل ٣ و٣ اثمان وكانه قيل كعب
و٣ اموال و٤ اجذار يعدل ٣ و٣ اثمان بالطريق الذى بيناه بالقطوع
المخروطيه يبين ضلع الكعب فيكون هو جزء الجذر المطلوب فيجعل نسبته
الى الواحد المعروض كنسبه الواحد المفروض الى خط اخر فيكون ذلك الخط
هو ضلع المكعب المطلوب فقد لاح انه يكون ٤ و٢ صنفا اخرى من هذه
المعادلات بين هذه الاربعه مناسبه للخمسه والعشرين صنفا المتقدمه

واما ضرب بعضها في بعض فمعلوم ظاهر من كتب الجبر وانت يمكنك ان تفطن له
ولا نطول به القول واما معادلة هذه الاربعة بالاربعة المتقدمة فكما انه اذا
كان كعب يعدل عشرة اجزا كعب اي عشرة اجزا نفسه فالكعب هو الاول من المراتب
السبعة واجزا الكعب هو السابع منها فاضرب احدهما في الآخر وخذ جذر المجتمع
فما خرج فهو الواسطة اعني الرابع وهو المكعب المطلوب وتفصيل هذا الكلام ان
كل عدد اذا ضرب في جزئه المسمى له خرج الواحد وان ضرب في جزويه خرج
اثنان وان ضرب في ١٠ اجزائه يخرج ١٠ من العدد فكانه قيل في مسئلتنا
اي كعب اذا ضرب في مثله كان عشرة فجذره هو المكعب المطلوب ثم استخراج
ضلع ذلك المكعب هو على ما بيناه بالقطوع المخروطة وكذلك اذا قيل اي مال
يعدل ١٦ جزا من اجزائه المسمية له فاضرب الواحد في ١٦ وخذ جذر المبلغ
وهو ٤ فيكون هو المال المطلوب فكانه قيل اي الضرب في مثله يكون ١٦
على القياس المتقدم وكذلك اذا قيل اي جذر يعدل اربعة اجزائه فكانه قيل
اي عدد اذا ضربته في مثله حصل ٤ وهو ٢ واما اذا قيل اي مال يعدل عدد اجزا
مكعب ضلعه فان استخراج ذلك لا يمكن بالطرق التي بيناها اذ هو محتاج الى ايراد
٤ خطوط بين خطين لتتوالى ٤ على نسبة واحدة وذلك قد بينه ابو علي بن الهيثم
الا انه صعب جدا لا يمكن ان يلحق كتابنا هذا وكذلك ان قيل اي مكعب يعدل
عدد اجزا مال ضلعه يحتاج الى المقدمة المذكورة ولا يمكن استخراجها بطرقنا وبالجملة
فان ضرب الاول في السادس من هذه السبع المراتب يحتاج الى ايراد ٤ خطوط
بين خطين لتتوالى على نسبة واحدة كما بينه ابو علي بن الهيثم واما اذا قيل اي كعب

يعدل

يعدل ١٦ جزا من ضلعه فضرب الاول في الخامس فيكون جذر جذر المبلغ هو ضلع
المكعب المطلوب وعلى هذا القياس كل ما يعادل من هذه السبع المراتب
خامسه في النسبة واما في المركبات مثل جذر يعدل واحدا وجزئي جذر فهو في قوة
مال يعدل جذرا واثنين من العدد لان هذه الثلثة مناسبة للثلاثة المذكورة
فنستخرجه بالطريقة المذكورة فيخرج المال ٤ وهو يعدل جذره مع ٢ من العدد فجذر
هذا هو المطلوب وجذره ٢ وهو يعدل واحدا مع جزئي جذره وكذلك ان قيل
مال وجزواه يعدل واحدا وجزئي جذر يكون في قوة كعب ومالان يعدل جذرا
ثم نستخرج ضلع الكعب كما بيناه بالقطوع المخروطة فيكون مربع ذلك الضلع هو
المال المطلوب وكذلك ان قيل جذر و٢ من العدد و١٠ اجزا جذر يعدل ٢٠
جزء مال فيكون في قوة كعب ومالين و١٠ اجذار يعدل ٢٠ عددا فنستخرج ضلع
المكعب بالطرق المخروطية فيكون هو الجذر المطلوب وبالجملة فكل اربع مراتب
متوالية من هذه المراتب السبع يكون حكمها في حكم الاصناف الخمسة والعشرين
المذكورة فاذا تعدى الى ٥ مراتب او ٦ مراتب او ٧ فان ذلك لا يمكن ان يستخرج
بوجه من الوجوه مثاله اذا قيل مال وجذران يعدل ٢ من العدد وجزئي مال
فان هذا لا يمكن ان يستخرج لان المال هو الثاني وجزء المال هو السادس فقد تعدى
الى ٥ مراتب فيتيسر علينا بيان جميع الاصناف المفردة من هذه السبع المراتب ٢١
منها ٢ لا يمكن ان يستخرج بطريقنا بل يحتاج فيها الى مقدمة ابن الهيثم ويبقى ١٩ صنف
نستخرج بطريقنا بعضها بخواص الدائرة وبعضها بخواص القطوع وجميع المركبات الثلاثية
المتوالية ١٤ ونستخرج بخواص الدائرة وجميع المركبات الثلاثية في كل كم متوالية ٢

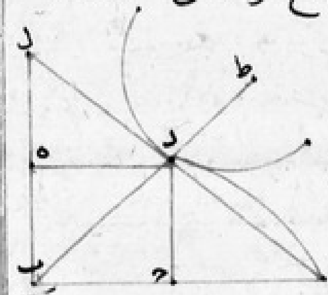
وتستخرج خواص القطوع وجميع المركبات الرباعية من كل اربع مراتب متوالية ٢٨
وتستخرج خواص القطوع لجميع الاصناف الواقعة بين هذه السبع المراتب التي
يمكن استخراجها بالطرق التي بيناها ٨٦ لم يذكر في كتب المتقدمين منها الا ٦
اصناف فمن وقف على هذه المقدمات المذكورة وايد له مع ذلك قوة في
الطبع ودربة في المسائل لم يكد يخفى عليه من المسائل المتناصة على المتقدمين
شي فقد حان لنا ان نختم هذه الرسالة حامدين لله تعالى ومصلين على انبيائه
اجمعين هذا وقد حكى لي بعض من ينتسب الى نزر من الهندسة بعد ما
نفي هذه الرسالة بخمس سنين ان لابي الجود محمد بن الليث المهندس كلاما
في تعديد هذه الاصناف وتحليل اكثرها الى القطوع المخروطية من غير
استيفاء جميع انواعها وتميز الممكن من المستحيل بل بحسب ما ادى به النظر
في المسائل الجبرية اليها فلم استبعد ذلك لان هذين الصنفين اللذين نسبتهما
الى واحد ممن تقدمنا منسوبان اليه وقد شاهدتهما في جملة تصنيفات
ابي الجود بخط الحازمي الخوارزمي واحدهما من الثلاثيات وهو مكعب
وعدد يعدلان اموالا وله انواع ولانواعه شرائط كما هو مذكور في هذه الرسالة
ولم يستوف شرائطها ثم اطلق حكمه ايضا في هذا الصنف بقوله ان كان
ضلع المكعب المساوي للعدد اعظم من نصف عدة الاموال استحالت المسئلة
وليس كذلك لما بيناه وذلك بسبب انه لم يفطن لتماس القطعين او
تقاطعهما في ذلك الجانب الاخر والثاني من الرباعيات وهو مكعب وعدد
واضلاع يعدلان اموالا فلعمري انه قد احسن في الوقوف على هذه المسئلة بعد

ما

ما اعيت جماعة من المهندسين لكنه مسئلة جزئية وللصنف انواع وشرائط
دارت في مسائله ما يستحيل فلم يستوفها حق الاستيفاء وانما ذكرت هذا
ليقف من يصل اليه الرسالتان اركان على ما حكي لي من حال هذا الفاضل
حقا بين رسالتي هذه والمنسوبة الى هذا الفاضل فاني اطلت الجهد في
الاستيفاء مع الايجاز وتجنب التطويل المبرم ولو شئت لاتيت بمثال
لكل واحد من هذه الاصناف وانواعها لكني خشيت التطويل فاقتصرت
على هذه القوانين الكلية تعويلا على ذهن المتعلم لان من يكون ذهنه
بحيث يتصور هذه الرسالة لا يقصر عما نرومه من الامثلة الجزوية
ويستقرئها والله الموفق للصواب وعليه المعول في كل حال وبعد فان
واحدا من اصحابنا اقترح علينا ان نبين خطا ابي الجود محمد بن الليث في الصنف
الخامس من الاصناف الستة الثلاثية التي تنحل بالقطوع وهو مكعب
وعدد يعدلان اموالا قال ابو الجود نضع عدة الاموال خط اب ونفصل
منه ضلع مكعب مساو للعدد وهو بج خط بج اما ان يكون مثل جا او اعظم
منه او اصغر فان كان مثل جا نتمم سطح جه ونعمل على د
قطعا زائدا لا يلقاه اب به ونعمل قطعا مكافيا راسه نقطة ا وسهمه
اب وضلعه القائم بج فيمر القطع لا محالة على نقطة د كما بيناه ثم زعم
ان القطعين يتماسان على نقطة د واخطا لانه يجب ان يكونا متقاطعين

برهانه انا نجعل بر مثل با ونصل اد فهو يمر على ك
لا محالة ويكون في داخل القطع المكافي ويكون زاوية

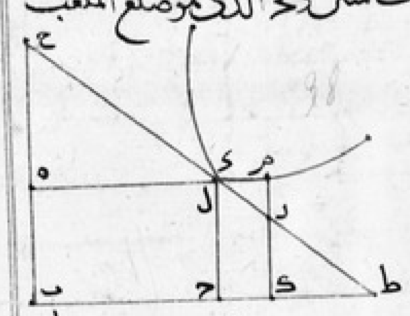
اد ب قائمه وزاويه ا ب د مثل زاويه ز ب د ومعلوم ان سهم القطع الزائد يقسم الزاويه
المحيطه بالقطع بنصفين فيجب ان يكون خط ب د ط سهم القطع الزائد الذي على د
وخط ا د موازي لخطوط الترتيب فهو مماس القطع الزائد فيلزم ان يكون المكاني قاطعا
للزائد لا يجوز ان يكون بينه وبين الخط المماس له لانه لو كان مماسا له لكانت الخطوط
الخارجه من نقطه د الى ا نقطه فرضت على محيط ا د واقعه بين القطع وبين الخط
المماس له وذلك محال فاضطرارا ان يكون المكاني يقطع الزائد على نقطه د التي فيها مماس
ا د وذلك ما اردنا ان نبين فهذا وجه خطا



هذا الفاضل في قوله ان القطعين يجب ان
يكونا متماسين على د واما قوله اذا كان
بح اعظم من حر فان المسالة مستحيله
وذلك لان القطعين لا يلتقيان كلام
باطل بل يجوز ان يلتقيا بالتقاطع او بالتماس على نقطه او نقطتين اذ كما بيناه هناك
وعليه برهان اعم مما ذكرناه فليكن عدة الاموال ا ب وضلع المكعب بح وهو اعظم
من نصف ا ب ونتمم حه ونعمل القطعين كما قد عرفته وليكن ا ب عشره ورب
سته فيكون ضرب مربعه في ر ا كذا وهو العدد وضلعه بح ولا محاله ان بح
اعظم من ك لان مكعب ك ١٢٥ فالجسم الذي قاعدته مربع رب وارتفاعه را
مكعب بح فقاعدتاهما متكافئتان لارتفاعيهما اعني يكون نسبه مربع رب الى
مربع بح كنسبه بح الى را ونخرج من د عمودا يقطع القطع الزائد على نقطه ح
ونتمم ح ب فسطح ح ب مثل حه فاضلاعهما متكافئه اعني نسبه رب الى بح

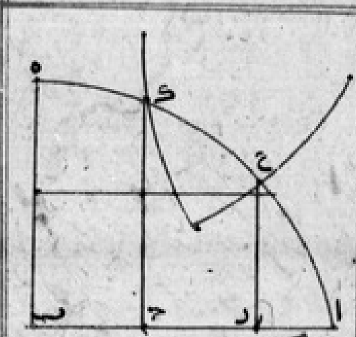
كنسبه

كنسبه بح الى دح فيكون نسبه مربع رب الى مربع بح كنسبه بر الى دح وقد كانت
تلك النسبه مثل نسبه بح الى را فنسبه زب الى دح كنسبه بح الى را وبالتبديل
كذلك فالخطوط الاربعة متواليه رب بح دح را فيكون مربع دح مثل ضرب
بح في را وبح هو الضلع القائم للقطع المكاني الذي سهمه ا ب ورأسه ا فيكون
دح من خطوط الترتيب فنقطه ح اذا على محيط المكاني لا محاله وقد كانت على محيط
الزائد فهما اذن متلاقيان فقد ظهر خطا الى الجود ان القطعين لا يلتقيان
وذلك المراد ولكي يكون اظهر فانا نضع ا ب مثل ١٥ وبح الذي هو ضلع المكعب
المساوي للعدد دله روا بعين وهو اعظم
من بح فنقطه د تقع من خارج القطع
المكاني لان المكاني على ل فنكون



خط بح جذر ١٤٩٩ وهو اربعون
الا شيا يسيرا ونحصل طح مثل
حب ودح مثل بط ونصل ط ه فهو مماس القطع الزائد كما بيناه ونفصل
اك ربع اح ونخرج منه عمودا يقطع القطع وعلى نقطه م فيكون نسبه مربع
بح الى مربع كم كنسبه اح الى اك لانهما خطان من خطوط ترتيب المكاني
وقد بينه ابلونيوس في شكل يط من مقاله ا فيكون كم نصف بح وهو
عشرون الا شيا يسيرا وخط اك واربعين واك تسعه وثلثه ارباع
وكط اثنان ويكون خط طك احد عشر وثلثه ارباع لان نسبه كل الى كط
كنسبه حب الى بط وهما متساويان فخط لم يكن اعظم من ثلثه ونحن

داخل الخط المماس الزائد فهو في هذا الوضع يكون في داخل القطع الزائد لا محاله نعم
قد يكون القطعان غير متماسين اذا كان بح اعظم من حا لكن ذلك غير واجب في
جميع الانواع فقد ابطل ابو الجود في هذا الحكم فافهمه ولو اردت ان اجد امثله
عدديه لامكنك ذلك من هذه المسله هي اضافه مجسم الى خط مفروض



ينقص عن تمامه مكعبا ويكون مساويا لمجسم
اخر مفروض فان كان ضلع المكعب المساوي
للمجسم المساوي مثل نصف الخط او اصغر
فان ذلك واجب وان اعظم فانه يمكن ان
يقع فيه ما يستحيل بحسب ما بيناه لك
والله الميسر لحل هذه العويصات بمنه وكرمه
تمت الرساله وقت الظهر يوم الاحد الثالث العشر من
شهر ربيع الاول سنه ثمان وعشرين ... والحمد لله
وحده وصلى الله على عباده الذين اصطفى

يا كبيكج

صاحبه ومالكه اضعف عباد الله واحوجهم يوسف
بن عمر الداعي الموقت في الجامع الجديد سلطان
محمد خان طاب ثراه وجعل الجنه مثواه

٢٥

اعداد اوراق مع البياض خمس وعشرين




ABE
61